ISBN 978-85-89082-23-5

Livro didático, Porcentagem, Proporcionalidade: uma crítica da crítica[1]

Textbooks, Percentage, Proportionality: criticizing a critical study

Luiz Márcio Imenes[2]

Marcelo Lellis[3]

Resumo

Este texto tem como objetivo contestar o artigo *A Matemática no Livro Didático: Uma Reflexão Crítica na Perspectiva Histórico-Cultural*, publicado no BOLEMA, ano 16, nº 20, 2003, p. 17-36, no qual são analisados alguns aspectos de uma obra didática de nossa autoria. Avaliamos que a análise contém falhas nas premissas e nas conclusões, bem como equívocos factuais. Procuramos demonstrar que o método de análise escolhido não é apropriado para a obra. Além disso, o texto apresenta concepções sobre os conceitos matemáticos discutidos (porcentagem e proporcionalidade) e sobre a natureza do livro didático que não nos parecem adequadas. Pretendemos que esta discussão em torno do livro didático, da crítica, e de porcentagem e proporcionalidade, possa contribuir para a Educação Matemática.

Palavras-chave: Porcentagem. Proporcionalidade. Livro Didático. Crítica.

Abstract

The aim of this text is to contest the article *Mathematics in Textbooks: A Critical Reflection from a Historical-Cultural Perspective*, published in BOLEMA, 16th year, Number 20, 2003, p. 17-36, in which there is an analysis of some aspects of a textbook authored by us. We believe that the analysis contains some flaws in its premises and in its conclusions, besides some factual mistakes. We try to prove that the authors have chosen a method that is not appropriate to analyze the textbook under consideration. Furthermore, they introduce conceptions of the mathematics concepts discussed (percentage and proportionality) and of the nature of textbooks that we do not consider adequate. Our hope is that this discussion about textbooks, criticism, percentage and proportionality can be useful to Mathematics Education.

Keywords: Percentage. Proportionality. Textbooks. Criticism.

1. Sobre a crítica e a contestação

O livro didático, tendo em vista sua importância no ensino fundamental e médio, vem sendo objeto de análise já há algumas décadas em nosso país[4]. Inicialmente, os

[1] Digitalizado por Douglas Marin e Luciano Feliciano de Lima.

[2] Autor de livros didáticos pela Editora Scipione e Atual Editora. Mestre em Educação Matemática pela UNESP/Rio Claro.
Endereço para correspondências: Rua do Mar Paulista, 1088. São Paulo, SP, Brasil. CEP 04464-190. imenes@uol.com.br.

[3] Autor de livros didáticos pela Editora Scipione e Atual Editora. Mestre em Educação Matemática pela PUC-SP.
Endereço para correspondências: Rua Jesuíno Arruda, 51, A62. São Paulo, SP, Brasil. CEP 04532-080. lellis@uol.com.br.

ISBN 978-85-89082-23-5

trabalhos acadêmicos o abordaram de forma coletiva, alguns deles se limitando a condenar de maneira genérica tanto o livro quanto a dependência que o professorado tem em relação a ele.

Nos últimos anos, a ampliação dos programas governamentais de aquisição de livros para escolas e bibliotecas públicas colocou a obra didática ainda mais em evidência, motivando análises específicas, voltadas a determinadas obras ou aos tratamentos por elas dispensados a certos conteúdos. Esses trabalhos, dentre os quais se sobressaem aqueles elaborados no âmbito dos estudos de Educação Matemática, configuram uma nascente crítica dos textos didáticos, capaz de apontar seus acertos e suas limitações[5].

O surgimento dessa crítica constitui-se em fato positivo que contribui para melhorar a qualidade dos textos escolares e para auxiliar o professor a escolher seu livro-texto de maneira mais consciente e autônoma, ao contrário das primeiras análises que pouco ajudavam nesse sentido, por tratarem o livro didático coletivamente.

É importante observar que a existência de uma crítica faz necessária também a crítica da crítica. De fato, esse é um instrumento básico para aperfeiçoar a crítica, assim como esta tem o potencial de melhorar a obra original.

A opinião positiva sobre o valor desse tipo de crítica não se altera pelo fato de nossa obra didática ter sido julgada de maneira negativa no texto publicado no BOLEMA, nº 20, ano 16, 2003, *A Matemática no Livro Didático: Uma Reflexão Crítica na Perspectiva Histórico-Cultural*, de Marta Abdelnur Ruggiero e Itacy Salgado Basso[6], especialmente porque supomos que as autoras procuraram apontar enganos visando melhoras futuras.

Mesmo assim, por razões que serão apresentadas, consideramos necessário contestar a crítica de Ruggiero e Basso. Assim, procedemos a uma “crítica da crítica”, que visa aprimorar instrumentos críticos, ampliar concepções sobre os conteúdos matemáticos abordados e contribuir para o ensino da Matemática como um todo.

---

[4] Um exemplo relevante desses estudos é o de Freitag, Motta e Costa (1989).

[5] De certo modo, têm esse perfil as resenhas publicadas ultimamente no Guia do Livro Didático, como parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) conduzido pelo MEC.

[6] As autoras esclarecem que esse artigo se baseou na dissertação de mestrado “Uma contribuição à análise do livro didático de Matemática na perspectiva histórico-cultural” defendida por Marta Abdelnur Ruggiero, orientada por Itacy Salgado Basso, junto ao PPGE/UFSCar, em 2000.

Ao lançar a segunda edição de nosso trabalho[7], em que reescrevemos boa parte da coleção, assumimos que o livro criticado[8] continha imperfeições. Em particular, no tratamento de porcentagens e de proporções, temas criticados pelas autoras, também fizemos modificações, mas não nos elementos criticados por elas. Isso porque, em essência, algumas das concepções que norteiam nosso trabalho são distintas das adotadas pelas autoras.

No início de seu texto, Ruggiero e Basso (2003, p.17) esclarecem:

> Este trabalho concentrou-se no estudo do capítulo sobre Porcentagem, v. 6ª série, da única coleção de Matemática recomendada com distinção pelo MEC, para as últimas séries do Ensino Fundamental. [...] O resultado da análise não foi coincidente com a avaliação do MEC.

De fato, o resultado da análise de nosso trabalho foi altamente negativo. Há três motivos principais para discordarmos desse juízo:

(i) o método de análise escolhido pelas autoras se revela inadequado para o objeto da análise; em particular, traz implícita uma certa idéia de livro didático, que não se ajusta ao perfil de nossa obra;

(ii) há um certo número de equívocos factuais, raciocínios que não são claros e opiniões pouco precisas embasando as conclusões da crítica;

(iii) a argumentação das autoras se apóia em algumas concepções sobre as noções de porcentagens e de proporções que, a nosso ver, são inadequadas (e, por isso, desejamos que sejam superadas).

No que segue, justificamos nosso ponto de vista detalhando esses três motivos.

2. Sobre o método de análise e o livro didático

No resumo inicial do artigo, as autoras Ruggiero e Basso (2003, p. 17) afirmam: “logramos perceber a lógica utilizada pelos autores no desenvolvimento dos conceitos [...] e os objetivos e finalidades subjacentes ao texto didático”. Nas considerações finais, insistem: “foi possível reconhecer [...] a visão de Matemática que os autores expressam [...]”. (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 33). Isso porque as autoras parecem supor que a

[7] Imenes e Lellis (2001).
[8] Imenes e Lellis (1997).

análise de um conteúdo permite "[...] extrapolar a análise para outros conteúdos matemáticos". (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 23).

A idéia de que o exame de algumas páginas de um trabalho desenvolvido ao longo de oito anos e constituído por oito volumes[9] possa permitir conclusões gerais é bastante simplificadora. A falta da visão geral é ainda mais problemática devido às características de nossa coleção. Consideremos brevemente a estrutura padrão de boa parte dos livros didáticos e a de nosso trabalho em particular.

2.1 Características de livros didáticos

Examinando livros nacionais dedicados à matemática escolar, sobretudo aqueles anteriores à década de 1990, encontramos um padrão recorrente, presente em quase todos. O texto contém informações sobre o tema a que se dedica, apresenta definições, propriedades e procedimentos de cálculo, como qualquer compêndio o faria. O componente didático surge em dois níveis:

(i) nas propostas de atividades, ou exercícios, ou questões, visando a fixação das informações dadas;

(ii) no grau de aprofundamento das informações e na linguagem utilizada, que procuram se adequar ao público alvo. (Claro que nem sempre o autor consegue a linguagem ou a qualidade de informação que deseja, mas, em princípio, persegue tal objetivo).

Na descrição desse padrão de livro didático devemos incluir ainda algumas características marcantes, que derivam de certas concepções sobre a Matemática e seu processo de ensino-aprendizagem[10].

A primeira é a necessidade de a obra, em cada um de seus capítulos, expor o "conhecimento pronto", porque este, em seguida, é tema para as atividades com caráter de "fixação". Sem conhecimento outorgado, não há tarefas de fixação.

A segunda característica, muito presente em textos de Matemática, sobretudo naqueles dirigidos às séries finais do ensino fundamental e ao ensino médio, consiste em

[9] Nossa coleção didática dedicada à educação fundamental iniciou-se com os volumes de 1ª a 4ª série: Imenes, Jakubovic e Lellis (1993). Essa coleção foi reeditada mais de uma vez até atingir sua forma atual: Imenes, Lellis e Milani (2004).

[10] Discutimos essas concepções em artigo: Imenes e Lellis (1994).

tratar cada tema de maneira exaustiva, tão completa quanto possível. Fazendo um paralelo, se uma obra de Língua Portuguesa, por exemplo, é elaborada dessa maneira, ao apresentar um capítulo sobre adjetivos, nele se discute “tudo” sobre o assunto, mesmo se fosse mais adequado, naquele momento, apresentar apenas algumas idéias para aprofundá-las mais adiante, no próprio livro ou em volumes subseqüentes.

Outra característica marcante desse livro padrão é a linearidade

> [...] representada ora pela sucessão de conteúdos que devem ser dados numa certa ordem, ora pela definição de pré-requisitos, ou seja, informações / habilidades que precisam ser dominadas pelo aprendiz, antes que se lhe dê acesso a outras idéias / conceitos – (e que) pode ser observada tanto no momento da Matemática Moderna como nos que a sucederam (PIRES, 2000, p.66).

As características apontadas descrevem, em linhas gerais, um certo padrão de livro didático, sem dúvida ainda bastante comum.

Nossa obra didática, porém, foi elaborada sob outra perspectiva, diferente do padrão usual, fugindo da linearidade, construindo conexões, evitando em muitos pontos a outorga do “conhecimento pronto”, bem como o tratamento “exaustivo” dos conteúdos em determinado capítulo. Isso leva a duas características que se destacam e são menos comuns:

(i) A obra inclui propostas de atividades visando incentivar os alunos a construírem idéias sobre o objeto de aprendizado, a fazerem hipóteses e especulações, antes de receberem informações organizadas. Para atingir tais objetivos, além de seqüências didáticas específicas, existem seções que propiciam diálogo e debate entre alunos e entre estes e o professor, bem como a reflexão sobre conhecimentos extra-escolares. Um exemplo desses procedimentos será apresentado no item 4.4 deste texto.

(ii) O estudo de um tema nunca se limita a um capítulo apenas. Ele é retomado várias vezes ao longo dos volumes, com apresentações diferentes, que buscam se adaptar à evolução da maturidade e da experiência matemática dos alunos. Em particular, o tema *porcentagem* está presente em vários volumes – e não apenas no volume de 6ª série – havendo diferenças qualitativas em cada abordagem[11].

[11] Na época em que Ruggiero e Basso (2003) analisaram nosso trabalho, o tema porcentagem era abordado em todos os volumes, a partir da 4ª série. No estágio atual da obra, as porcentagens são estudadas em todas as séries, a partir da 3ª.

Embora teçam considerações sobre o livro didático, este não é o foco do artigo de Ruggiero e Basso (2003). Pensamos que, por isso, as autoras não se propõem a explicitar sua concepção sobre ele. Resta, então, tentar captar essa concepção a partir de algumas de suas declarações e, sobretudo, pelo que fica implícito ao longo da análise que fazem de nosso trabalho.

Parece que não concebem o livro didático nos moldes do livro padrão que descrevemos, pois, nas considerações finais do artigo, afirmam que "Não estamos defendendo a posição de que um livro didático deva ser um compêndio de definições e de linguagem formal [...]". (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 34).

As autoras Ruggiero e Basso (2003, p.21) propõem que os livros didáticos sejam "objetivações da experiência humana", contendo um saber acumulado pela humanidade. Logo a seguir, afirmam que

> [...] Não é o livro que deve decidir o método, o tempo, a forma de transmissão e o campo de atuação em que a aprendizagem levará ao desenvolvimento do educando. É ao professor que cabem tais decisões, pois é dele a prerrogativa de antecipar os resultados de sua ação, contanto que, para isso, trace metas e finalidades.

Essas considerações sugerem que as autoras têm em mente um tipo de livro didático que seria neutro em relação aos métodos de aprendizagem. Julgamos isso impossível. Nosso trabalho posiciona-se, sim, frente a concepções de aprendizagem, métodos de ensino ou "formas de transmissão" de certas noções. Ao invés de se constituírem como "objetivação da experiência humana", nossos livros contêm seqüências didáticas e roteiros de atividades para o aprendiz construir e se apossar dessa experiência.

Há mais um aspecto a destacar. Atribuímos um papel político ao livro didático, ao entender que o mesmo é instrumento valioso para implementação de novas orientações curriculares.[12] Ao produzi-lo, tivemos a intenção – explicitada no Manual Pedagógico – de interferir na Matemática escolar, levando para o livro-texto os resultados das pesquisas e práticas em Educação Matemática.

Pensar a obra didática dessa forma não implica retirar do professor o papel central no trabalho pedagógico, nem ferir sua autonomia profissional. Ao contrário, as

[12] Observamos que nossos livros dedicados à Educação Fundamental foram publicados antes dos Parâmetros Curriculares Nacionais, mas depois de diversas propostas curriculares inovadoras elaboradas por secretarias de educação de alguns estados, como é o caso da proposta de São Paulo, de 1986.

abordagens problematizadoras e as propostas de construção de idéias, que só podem ser geridas pelo docente, dependem muito mais dele e, portanto, o valorizam. Essas convicções estão expressas no Manual Pedagógico[13], pois sabemos que alcançar os objetivos que propomos, que ultrapassam os perseguidos pelas abordagens habituais, depende essencialmente da mediação do professor.

2.2 Conseqüências para a crítica

Diante das considerações anteriores, parece claro que, no caso de nosso trabalho, privilegiar um capítulo de um volume para análise do tratamento de um tema tende a produzir uma visão distorcida. Por exemplo, a crítica de Ruggiero e Basso (2003, p.26) condena a falta de sistematização, ignorando que ela pode ocorrer, mas não no capítulo analisado; faz reparos a uma determinada forma de apresentação, sem levar em conta que ela é apenas parte de um conjunto de abordagens que se iniciaram antes e se completam em volumes subseqüentes. É verdade que as autoras citam o capítulo sobre porcentagens no volume de 5ª série, mas o fazem de passagem e com base nas mesmas concepções sobre o tratamento de porcentagens e proporções que, como já afirmamos, não coincidem com as nossas.

É por isso que caracterizamos o método de análise como inadequado ao objeto de análise. A coleção didática em questão, cujo plano é explicitado no Manual Pedagógico que acompanha cada volume da coleção, deveria ser analisada globalmente, para tornar possível compreender a evolução da conceituação e as conexões que vão se estabelecendo no trabalho com porcentagens e proporções. Aí sim, seria possível apontar com consistência suas falhas, como o fizeram algumas outras críticas que recebemos e que procuramos incorporar no trabalho de reedição da obra.

Para reforçar nosso ponto de vista, relembremos o juízo das autoras sobre a relação entre proporcionalidade e porcentagem em nosso trabalho, embora considerações mais extensas sobre esse tema apareçam no item 4. Ruggiero e Basso (2003, p 26) afirmam que “configura-se uma desarticulação de conteúdos que possuem a mesma lógica conceitual em sua construção”, referindo-se a uma suposta falta de conexão entre os dois temas, opinião reiterada inúmeras vezes ao longo do artigo.

---

[13] Imenes e Lellis (1997, p. 16).

Essa conclusão sobre a desarticulação é conseqüência do método de análise, do exame parcial e equivocado de nosso texto. Embora as autoras tenham vislumbrado que, além do capítulo que lhe é dedicado, o conceito de porcentagem aparece em outros capítulos do volume de 6ª série, elas não observam as conexões exploradas nesses capítulos, que não examinaram com cuidado, nem as conexões que surgem em dois volumes anteriores e nos seguintes.

Elas transcrevem este trecho do Manual Pedagógico de nossa coleção:

> Aprender com compreensão [...] é poder construir o maior número possível de relações entre os diferentes significados da idéia investigada [...] estabelecendo conexões entre o novo e o conhecido. (IMENES; LELLIS, 1997 apud RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 27).

Entretanto, não conseguem observar esses aspectos pelo fato de sua análise focalizar, essencialmente, apenas um único trecho de um único volume da coleção.

3. Sobre equívocos e imprecisões

O artigo de Ruggiero e Basso (2003) contém imprecisões e erros factuais, que poderiam não ter importância caso não tivessem influenciado as conclusões. Somos forçados, portanto, a apresentar alguns exemplos.

> Para a análise, foram adotados os mesmos critérios que o PNLD definiu para avaliar os livros destinados às escolas, porém, interpretados numa perspectiva crítica. (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 17).

Tal afirmação não pode ser verdadeira, já que, no caso do PNLD, os quatro volumes de 5ª a 8ª série foram analisados ao menos por dois componentes da equipe de avaliação, enquanto que as autoras centram sua análise em apenas um capítulo da 6ª série. Quando mencionam algum outro trecho, fazem-no de passagem e, às vezes, como veremos nos próximos exemplos, com imprecisões. Como os critérios foram tão diferentes, parece natural que não tenham obtido a mesma conclusão que os avaliadores do MEC.

Ruggiero e Basso (2003, p. 26) afirmam que “o tema Proporcionalidade também não foi mencionado em [no capítulo sobre] porcentagem”.

Dessa maneira elas reforçam o argumento de que desvinculamos conteúdos relacionados. Entretanto, no capítulo citado de Imenes e Lellis (1997, p. 228), o

ISBN 978-85-89082-23-5

exercício 27 apresenta explicitamente um método para calcular o "quanto por cento" por meio de proporções. Essa idéia é mencionada no enunciado do exercício: há uma história em quadrinhos em que uma aluna, calculando mentalmente, conclui que 12 é 25% de 48 e, em seguida, vem o "comando" da questão: *Usando proporcionalidade, ela calculou mentalmente o quanto por cento. Faça como ela.* Seguem exercícios para calcular mentalmente porcentagens de certas quantidades. O objetivo desse exercício é enfatizado no Manual Pedagógico: "Também propomos, em situações adequadas, que os alunos calculem o 'quanto por cento' usando cálculo mental baseado na proporcionalidade" (IMENES; LELLIS, 1997, p. 55).

Além disso, o capítulo discute várias situações em que se comparam partes de totais diferentes por meio de porcentagens. Por exemplo, "se o curso A aprova 108 de seus 540 alunos, enquanto o curso B aprova 135 de seus 900 alunos, qual seria o mais eficiente?" (IMENES; LELLIS, 1997, p.228) A comparação por meio dos porcentuais de aprovação certamente se liga à idéia de proporcionalidade, ainda que de maneira não explícita.

Também no artigo de Ruggiero e Basso (2003), e ainda com o intuito de justificar a referida desarticulação de conteúdos em nosso trabalho, consta a seguinte afirmação: "No capítulo [...] referente à Estatística e Gráficos, o tema porcentagem aparece em 8 dos 34 exercícios /.../". (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 26).

As autoras deixam de mencionar que, no referido capítulo de Imenes e Lellis (1997), as porcentagens são citadas, ainda que de passagem, no texto de abertura do primeiro item, são usadas no texto do terceiro item e numa seção chamada Ação. Mais uma pequena imprecisão: as porcentagens aparecem em 11 (e não 8) dos 34 exercícios desse capítulo.

Ruggiero e Basso (2003, p. 27) afirmam que

> Um tipo de confusão conceitual pode ser encontrado na página 219 [de nosso livro], onde está escrito: 'Por isso, quinze por cento é 15 em 100, o que corresponde à fração $\frac{15}{100} = 15 \times \frac{1}{100} = 15 \times 1\% = 15\%$'. A razão entre 15 e 100 foi tratada como fração. Sem a explicitação de que o comum entre porcentagem e fração é o raciocínio proporcional e a mesma representação fracionária, a relação entre o novo e o conhecido se reduz à igualdade entre os dois, não sendo isso verdadeiro.

ISBN 978-85-89082-23-5

Julgamos esse trecho um tanto confuso, mesmo porque a transcrição feita pelas autoras não é fiel ao nosso texto. Na página citada, não há a seqüência de igualdades acima. O que fazemos é obter 15% de 300 calculando $\frac{15}{100}$ de 300.

Para nós, não ficou claro qual é a "confusão conceitual" a que se referem.

Não há dúvida quanto à correção da igualdade $15\% = \frac{15}{100}$, nem sobre a pertinência de apresentá-la a estudantes de 6^a série. Resta supor que as autoras estão se referindo ao tratamento das noções de fração, razão e proporcionalidade. Como fica patente no trabalho de Botta (1997), também citado pelas autoras, essa discussão é bastante complexa, indo muito além do aspecto que apontam. Não compreendemos de que modo a análise de apenas um capítulo de um volume permita avaliar o tratamento que demos a esses conceitos, com todos os seus significados e relações, ao longo de oito volumes. É claro que esse tratamento contém falhas (que procuramos corrigir na segunda edição), mas elas não configuram erros que possam provocar "confusão conceitual".

As autoras se referem ao volume de 5^a série e comentam o modo como apresentamos o cálculo de 32% de 20 milhões: primeiro, obtém-se 1% de 20 milhões dividindo 20 milhões por 100 e, depois, multiplica-se o resultado por 32. Dizem elas: "Não discordamos do método, pois ele se baseia na igualdade de razões, ou seja, na proporcionalidade [...]". (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 28).

Concordamos que a noção de proporcionalidade está, de modo tácito, presente nesse método de cálculo, mas a tal "igualdade de razões" decorre do modo de pensar das autoras, que se fixam na forma habitual de abordagem das porcentagens. Não é essa a nossa concepção, como apontamos no item 4.

As autoras transcrevem o seguinte trecho de um texto clássico: "A expressão 'por cento', utilizada nos séculos XV e XVI comercialmente, em conexão com juros, lucros e prejuízos, apareceu na relação com a **regra de três"** (SMITH,1953 apud RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 30, grifo das autoras).

Essa citação é um dos argumentos usados pelas autoras para justificar sua crença de que há uma vinculação necessária na apresentação da porcentagem e da proporcionalidade como igualdade de razões e, daí, com a regra de três. Vejamos, entretanto, a versão original do texto de Smith (1953, p. 248, grifo nosso):

ISBN 978-85-89082-23-5

> Beginning early in the 16th century, the commercial arithmetic's made considerable use of per cents in connection with interest and with profit and loss, **sometimes** in relation to the Rule of Three, so popular with merchants of that period, but more frequently in relation to isolated problems.

Como se depreende, o historiador, que rastreou o surgimento do símbolo % examinando manuscritos dos séculos XV e XVI, afirma que a expressão 'por cento' apareceu em conexão com juros, lucros e prejuízos e, **algumas vezes**, relacionada à regra de três. É certo que se trata de um detalhe, mas significativo, neste caso. (Observe-se que consultamos a mesma edição do texto que as autoras citam.)

Ainda afirmam Ruggiero e Basso (2003, p. 30) que "Para os autores, definir significa reduzir a proporcionalidade à regra de três".

Não conseguimos compreender de onde tiraram tal conclusão. Evidentemente, ninguém melhor do que nós, os autores citados, para dizer que não pensamos assim.

Na seqüência do trecho citado, as autoras informam – dessa vez, corretamente – que consideramos a apresentação prematura da regra de três uma mecanização precoce que obscurece as idéias essenciais da proporcionalidade. A seguir, nossa afirmação é contestada com a referência ao trabalho de Botta (1997).

Entretanto, a leitura da dissertação de Botta (1997) mostrou-nos que muitas de suas conclusões se aproximam daquelas que têm fundamentado nosso trabalho. Por exemplo, ao discutir o ensino de proporcionalidade Botta (1997, p. 126) afirma que

> [...] grande ênfase tem sido dada apenas aos problemas de valor desconhecido e ao algoritmo da "regra de três", tornando-se um algoritmo mecanizado que, muitas vezes, é erroneamente empregado. [...] Parece que, muitas vezes, no trabalho com proporcionalidade, o produto final desejado é a regra de três em si e não o raciocínio proporcional.

Após transcreverem o verbete **Porcentagem** do dicionário que acompanha o volume de 6ª série, Ruggiero e Basso (2003, p. 29) fazem esta apreciação: "Como vemos, a pretensa definição, [...]".

Trata-se de crítica descabida, uma vez que, no Manual Pedagógico, alertamos:

> Atenção para este detalhe: o dicionário não pretende expor definições puras. Seu objetivo é explicar os conceitos num nível adequado ao jovem aluno. É, portanto, um dicionário para a série a que se destina e não um dicionário da Matemática de caráter geral. (IMENES, LELLIS, 1997, p. 15).

Acreditamos que os exemplos apresentados sejam suficientes para comprovar nossa afirmação a respeito de equívocos e imprecisões da crítica.

4. Sobre porcentagem e proporcionalidade

Este é o item mais extenso deste artigo e, a nosso ver, o de maior interesse para a Educação Matemática.

O cerne da crítica sofrida por nosso trabalho decorre da crença de que as noções de proporcionalidade e de porcentagem deveriam ser, necessariamente, apresentadas juntas, essencialmente conectadas. Pretendendo contestar esse ponto de vista, apresentamos: um exame da concepção das autoras em relação a esses conteúdos (ver 4.1); argumentos visando mostrar que tal concepção é inadequada para a sala de aula e para a Matemática escolar atual (ver 4.2 e 4.3); a proposta de abordagem desses conteúdos que aparecem em nossa obra didática (ver 4.4. e 4.5), confrontada com a crítica.

4.1 Porcentagem e proporcionalidade para a crítica

As autoras afirmam que “20% é equivalente à razão 20 para 100” (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 30). Isso indica que concebem **a %** como sendo a razão de antecedente **a** e consequente **100**, que costuma se representar por $\frac{a}{100}$.

A identificação dos 20% com uma razão centesimal, mais a atenção que se dá à proporcionalidade no decorrer do artigo, indicam que, para as autoras, os cálculos relativos a porcentagens devam ser realizados por meio da igualdade de razões, ou, na denominação mais freqüente, pela regra de três. Assim, por exemplo, para obter 20% de uma quantia Q seria necessário encontrar o valor de x na proporção:

$$(\text{ I }) \ \frac{x}{Q} = \frac{20\%}{100\%}.$$

De fato, elas apresentam um cálculo desse tipo na página 28.

Como as autoras concebem a proporcionalidade? Elas não explicitam uma definição, mas a ênfase na igualdade de razões mostra que sua concepção coincide com a abordagem tradicional adotada pelo livro didático padrão já descrito. Nessa, a seqüência didática relativa à proporcionalidade percorre os seguintes estágios:

(i) definição de razão;

(ii) definição de proporção; como informam as autoras: “A proporção é definida matematicamente como a igualdade de duas razões”. (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 24);

(iii) definição de grandezas proporcionais: A grandeza A é diretamente proporcional à grandeza B se ambas variam na mesma razão, ou, mais detalhadamente, se dados os valores a_1, a_2 de A e os valores correspondentes b_1, b_2 de B, os quatro valores formarem a proporção $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$.

Além disso, A é inversamente proporcional a B, se ambas variam em razões inversas, ou mais detalhadamente, se os valores a_1, a_2, b_1 e b_2, formarem a proporção $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_2}{b_1}$.

Certamente, tais noções não precisam ser expostas de maneira tão sintética, podendo-se usar recursos que as tornem mais acessíveis ao entendimento matemático dos jovens de 11 a 13 anos.

Entretanto, qualquer que seja a forma de apresentação, estamos convencidos de que esse conjunto de idéias envolvendo porcentagens e proporcionalidade – que chamaremos de **abordagem tradicional** – é inadequado para o ensino fundamental, repleto de obstáculos para a aprendizagem, além de ser também ultrapassado do ponto de vista matemático. A seguir, tratamos de justificar nossas afirmações.

4.2 Inadequação da abordagem tradicional em sala de aula

Nossa experiência docente demonstrou, em diversas ocasiões, que os alunos encontram obstáculos significativos na aprendizagem da proporcionalidade por meio da abordagem tradicional. Quando conseguem dominar o procedimento de cálculo da regra de três, nem sempre mostram compreender as noções de razão, de proporção como igualdade de razões e, mais amplamente, de proporcionalidade. Mesmo problemas muito simples, se fogem ao modelo convencional do "problema de regra de três", desorientam muitos alunos. Um exemplo:

Para 6 porções de certo doce, são usados 750g de farinha, 300g de açúcar, 25 g de fermento e 2 gemas. Quais as quantidades necessárias para preparar 9 porções desse doce?

Aparentemente, os vários números do enunciado (afinal, citam-se quatro ingredientes) "atrapalham" a montagem de regras de três.

Outras pesquisas reforçam nossas observações. Um bom exemplo é o trabalho de investigação realizado por equipe do Projeto Fundão, que gerou um artigo de Tinoco (1989). A autora alerta sobre a especial dificuldade no entendimento da idéia de razão e do uso da idéia de proporção na acepção tradicional, isto é, como igualdade de razões. Trata-se de trabalho especialmente valioso por descrever uma abordagem isenta de formalismos matemáticos, os quais não seriam recomendáveis para certa faixa etária dos alunos. No final, a autora sugere que "não se deve impor a solução dos problemas de proporcionalidade direta pela igualdade de duas razões". (TINOCO, 1989, p. 16).

Essa patente dificuldade na compreensão da proporcionalidade na abordagem tradicional nos levou a procurar um caminho alternativo, desde meados da década de 1980.

Quanto à porcentagem, assinalamos apenas que alunos presos ao cálculo por meio da regra de três não desenvolvem procedimentos para cálculos mentais simples, como 10% ou 15% de uma quantia, não conseguem fazer estimativas envolvendo porcentuais e apresentam grande dificuldade na resolução de problemas envolvendo, por exemplo, aumentos sobre aumentos. Essas deficiências são relevantes, uma vez que tais habilidades são bastante úteis na sociedade atual.

4.3 Arcaísmo da abordagem tradicional

É bastante difundida a crença de que a Matemática é a ciência das certezas, as quais não sofrem influência de transformações históricas ou sociais e de modismos em geral. Essa crença é infundada. Embora descobertas matemáticas do passado permaneçam, em essência, logicamente corretas, a forma de apresentá-las, sua importância social e sua relevância no cerne da teoria matemática podem se alterar

ISBN 978-85-89082-23-5

significativamente ao longo do tempo. A História da Matemática e a da Matemática escolar mostram que certos temas ou certos tratamentos podem se tornar arcaicos, seja no ensino, seja no corpo teórico da própria ciência[14]. A teoria dos conjuntos, por exemplo, era fundamental na escola básica por volta de 1970 e desapareceu das programações por volta de 1990. Durante mais de vinte séculos, a obra de Euclides foi referência para a noção de rigor em Matemática, mas esse entendimento foi reformulado no século XIX. Procuraremos mostrar que algo similar ocorre atualmente com a abordagem tradicional da proporcionalidade e sua aplicação nos cálculos de porcentagens.

A caracterização da proporcionalidade por meio da igualdade de razões deriva da teoria das proporções de Eudoxo (cerca de 408-355 a.C.), que figura no livro V do *Elementos* de Euclides. A teoria original se destinava a contornar o problema de expressar a razão entre segmentos incomensuráveis. Essa razão é um número irracional, mas os matemáticos gregos da época não aceitavam a existência de números desse tipo. Dessa dificuldade surge uma teoria muito elaborada e cheia de sutilezas, a qual, ainda que constitua uma notável conquista do espírito matemático dos gregos, perdeu sua função quando Dedekind, no final do século XIX, elaborou uma teoria dos números reais. Foge ao escopo deste trabalho abordar a teoria de Eudoxo, mas a consulta a um excelente artigo de Ávila (1985) daria uma boa noção sobre o tema para os leitores interessados.

O texto recomendado é importante, não somente pela visão histórica fornecida, mas também por ser o primeiro de uma tetralogia[15], que acaba por discutir o ensino de razões e proporções.

Algumas das considerações do professor Geraldo Ávila merecem destaque:

> [...] com a fundamentação dos números reais [...] em bases sólidas e mais confiáveis do que as da antiga Geometria, a teoria das proporções de Eudoxo passa a ter apenas valor histórico. [...] E não precisamos mais usar a superada teoria geométrica das proporções, muito menos os resquícios que dela ficaram na terminologia, na notação e, sobretudo, na maneira de apresentar fatos, como os problemas de 'regra de três'. (ÁVILA, 1986a, p.2).

Ele se refere também à agradável surpresa que teve ao examinar livros didáticos norte-americanos que, já em 1986, "não incorrem no mesmo arcaísmo de abordagem

[14] Essa afirmação pode ser ilustrada com inúmeros exemplos em: Davis e Hersh (1985); Hoffman (2000).
[15] Os quatro artigos foram publicados nos números 5, 7, 8 e 9 da Revista do Professor de Matemática.

ISBN 978-85-89082-23-5

que ainda encontramos nos livros brasileiros" (ÁVILA, 1986b, p. 1). Os textos norte-americanos, sem se referirem a razões e proporções, abordam esses temas tratando de variáveis que se relacionam de maneira direta ou inversamente proporcional e resolvem os problemas típicos usando equações.

De fato, com o desenvolvimento da Matemática, encontrou-se outra expressão para a proporcionalidade, não por meio da igualdade de razões, mas por funções com as representações seguintes:

(II) $y = kx$ (proporcionalidade direta entre as variáveis *y* e *x*) e

$y = \frac{k}{x}$ (proporcionalidade inversa entre as variáveis y e x, com $x \neq 0$).

Por meio dessas fórmulas podem ser resolvidos não só os problemas elementares de regra de três simples ou composta, como Geraldo Ávila mostrou nos artigos citados, mas também problemas mais avançados que surgem na Física ou na Economia.

A esses quatro artigos, acrescentaram-se outros dois de autoria de Lima[16], publicados na mesma revista, resultando em um conjunto de textos que ampliou e enriqueceu a reflexão sobre proporcionalidade e seu ensino, deixando clara a possibilidade de atualizar, simplificar e melhorar a abordagem tradicional desse tema.

Ao contrário da proporcionalidade, tão importante na Matemática e nas ciências, surgindo em tópicos tão diferentes quanto as amostras da estatística, as funções ou a semelhança geométrica, a porcentagem tem pouco significado matemático, sendo **apenas** uma notação indicando a divisão de um número por 100[17]. Em troca, as porcentagens têm enorme presença em nosso cotidiano.

Já foi observado que a expressão "por cento" surgiu por volta dos séculos XV e XVI, em contextos comerciais. Para as autoras da crítica haveria, necessariamente, uma relação essencial entre o "por cento" e a regra de três (baseiam essa suposição, em parte, em um engano na leitura do texto de Smith, como já assinalamos), o que implicaria que as idéias sobre porcentagem dependem das idéias sobre proporcionalidade.

[16] Os artigos de Elon Lages Lima foram publicados nos números 9 e 12 da Revista do Professor de Matemática.
[17] Por isso, não conseguimos compreender a declaração das autoras de que "A escolha de porcentagem se justifica não só por ser um conteúdo acadêmico [...]." (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 22).

Embora sejam evidentes as relações entre porcentagem e proporcionalidade, é possível desenvolver a primeira noção sem o uso explícito ou formalizado da segunda e, a nosso ver, isto ocorreu na origem histórica dessa noção.

De fato, o uso de frações para expressar taxas de juros ou de impostos data de muitos milênios e, nesses casos, escolhem-se frações com denominadores que facilitem os cálculos. Assim, Boyer (1974) cita um problema babilônio, de mais de três milênios, envolvendo juros compostos com taxa de $\frac{12}{60}$ ao ano, valor conveniente na Babilônia, onde se usava um sistema de numeração sexagesimal. Por sua vez, Smith (1953) refere-se a um imposto, instituído pelo imperador romano Augusto, a *centésima rerum venalium*, cuja taxa era $\frac{1}{100}$ do valor das mercadorias vendidas em leilão. Sabe-se ainda que na Matemática comercial dos romanos eram comuns frações de denominadores 5, 20 e 25, que podiam ser substituídas facilmente por centésimos. De maneira similar, nos séculos XV e XVI, época em que as frações decimais começavam a ser usadas na Europa com alguma frequência, foram adotadas as frações de denominador 100 para indicar taxas de juros, no lugar das frações com outros denominadores. Esse uso das frações centesimais certamente levou à expressão "por cento".

Tudo isso sugere que a primeira idéia representada no símbolo das porcentagens tenha sido a de operador, ou seja, **a %** de uma quantia Q indica $\frac{a}{100} \times Q$ ou $(Q \div 100) \times a$. Aliás, essas formas de calcular porcentagens são encontradas em obras didáticas antigas[18].

O uso da regra de três nos cálculos com porcentagens pode também ser muito antigo, mas sua exclusividade na Matemática escolar parece só ter ocorrido a partir da década de 1960. Como hipótese, sugerimos ter sido uma criação didática motivada pelas seguintes vantagens:

(i) a unificação de procedimentos, isto é, uma mesma técnica para resolver problemas de proporcionalidade e de porcentagem;

[18] Veja-se, por exemplo, a página 223 da Segunda Aritmética de J. Th. de Souza Lobo, cuja 42ª edição é de 1958. Em 1980, a Martins Livreiro Editor, de Porto Alegre, publicou a 43ª edição, integrando a Coleção Obras Redivivas.

ISBN 978-85-89082-23-5

(ii) a menor frequência de números fracionários nos cálculos (por exemplo, em vez das representações 0,15 ou $\frac{15}{100}$, aparece 15%, permitindo que se calcule com o número inteiro 15).

Tais conveniências trazem também desvantagens. Uma delas, que já assinalamos em 4.2, consiste em não contribuir para que se desenvolvam procedimentos de cálculo mental e estimativa em torno de porcentuais. Outra desvantagem está ligada ao uso social das porcentagens, pois em Economia, finanças e contabilidade, os cálculos com porcentagens não costumam se efetuar por meio de regras de três e sim pela multiplicação por uma taxa ou índice. Por exemplo, 23% de uma quantia Q não são calculados pelo procedimento (I), apresentado em 4.1, mas sim pela multiplicação $0{,}23 \times Q$. Essa forma de cálculo, há muito tempo usada em Matemática financeira, ganhou popularidade após a década de 1970, época em que se difundiram as calculadoras eletrônicas baratas. Convém notar que calcular porcentagens transformando **a %** em número decimal facilita consideravelmente a resolução de problemas menos elementares, um bom exemplo sendo o cálculo do montante nos juros compostos.

Em resumo, as considerações anteriores mostram que a abordagem tradicional da porcentagem não é a única, nem a melhor possível. A História, a Matemática e a prática social de nossos dias mostram a existência de uma alternativa simples e eficaz. Insistir na "porcentagem com regra de três" leva a procedimentos restritos à escola e provavelmente ultrapassados, já que em situações de uso profissional prefere-se escrever **a %** na forma de número decimal, como operador[19], ou como se diz na imprensa, como "índice multiplicativo".

4.4 Proporcionalidade: uma abordagem alternativa

Quando escrevemos a obra criticada, tínhamos em mente as dificuldades cognitivas relativas à abordagem das proporções como igualdade de razões e a conveniência de propor um tratamento mais moderno, mais próximo das funções

[19] Uma definição bastante geral de operador é a seguinte: símbolo que indica operações que devem ser efetuadas sobre um símbolo anexo. Por exemplo, na expressão "2/3 de Q", 2/3 é considerado um operador porque indica que Q deve ser dividido por 3 e o resultado multiplicado por 2.

descritas por (II). Aliás, essa orientação, ainda que de modo tímido, já estava expressa em alguns documentos oficiais da década de 1980:

> Desvia-se, então, a ênfase dada à terminologia usual (antecedentes, conseqüentes, razões, proporções) para a compreensão das idéias envolvidas neste tema [proporcionalidade]. (SÃO PAULO, 1986, p. 141).

Entretanto, pensávamos que o tratamento "funcional" seria um obstáculo na 6ª série, levando em conta a vivência matemática dos alunos na atual organização curricular. Consideramos ainda que a regra de três também deveria se fazer presente, pois integra o universo cultural dos professores de Matemática, Química e Física, estando arraigada em sua prática pedagógica. Por isso, não a pusemos de lado, como chega a sugerir Geraldo Ávila.

Como a essência da relação de proporcionalidade está nas relações multiplicativas, as quais não precisam, necessariamente, ser evidenciadas pela igualdade de razões, adotamos a seguinte caracterização:

(III) Duas grandezas A e B são diretamente proporcionais se duplicando um valor de A, duplica o valor correspondente de B, triplicando um valor de A, triplica o valor correspondente de B e, assim por diante. Generalizando, multiplicando-se um valor de A por qualquer número K, o mesmo acontece com o valor correspondente de B.

A caracterização de grandezas inversamente proporcionais é análoga. Nesse caso, multiplicando-se um valor de A por qualquer número $K \neq 0$, o valor correspondente de B fica dividido por K.

Claro que não iniciamos a construção de idéias sobre proporcionalidade pela definição contida em (III). Uma série de atividades precede essa instância:

(i) Em todos os volumes anteriores, desde o da 1ª série, idéias sobre proporcionalidade são exploradas informalmente em problemas de compras, ampliações de figuras, equivalência de frações, estudo de medidas, etc.

(ii) No volume de 6ª série, o capítulo 5, sobre proporcionalidade, se inicia, antes de qualquer teoria, propondo a discussão de situações-problema do dia-a-dia, nas quais pode ocorrer, ou não, a proporcionalidade. Já havíamos comprovado que a vivência escolar ou extra-escolar da maioria dos alunos permitia raciocinar sobre tais questões. Eis dois exemplos:

ISBN 978-85-89082-23-5

> Aos 30 minutos de um jogo, meu time ganhava por 3 x 1. Como o jogo dura 90 minutos, qual será o placar final?
>
> O Fusca 68 de meu avô gastou 1,5h para andar 43 km. Se nós continuarmos a viagem na mesma velocidade, será possível prever quantos quilômetros o carro vai andar nas próximas 3h? Se possível, diga quantos quilômetros serão. (IMENES; LELLIS, 1997, p. 125-126)

Como continuação dessa discussão, que costuma levar à idéia de aumentos multiplicativos iguais da definição (III), o capítulo apresenta uma sequência didática, baseada em uma seleção de situações e de valores numéricos adequados, que favorece e reforça a percepção de relações multiplicativas específicas. Para dar um exemplo das relações multiplicativas que podem ser notadas nas situações de proporcionalidade, veja-se o diagrama seguinte, no qual há proporcionalidade direta entre as grandezas A e B:

$$\begin{tikzcd} A & B \\ 2 \arrow[r, "\times 2{,}5"] \arrow[d, "\times 3"'] & 5 \arrow[d, "\times 3"'] \\ 6 \arrow[r, "\times 2{,}5"] & 15 \end{tikzcd}$$

Além de se notar que, quando um valor de A triplica, o valor correspondente de B também triplica, de acordo com a definição (III), percebe-se que os valores de B são 2,5 vezes os valores correspondentes de A, o que sugere uma fórmula do tipo **b = 2,5 a**, como em (II), que será abordada mais tarde, no volume de 8ª série[20].

Nos problemas desse capítulo 5 da 6ª série, quem deve encontrar a forma de resolução são os alunos, pois o texto didático não “dá nada pronto” e recomenda-se ao professor que também não o faça. Usando cálculo mental e as relações multiplicativas, que quase todos percebem, os alunos chegam a resoluções que dão significado à definição (III). Numa linguagem adequada para alunos de 6ª série, essa caracterização da proporcionalidade é apresentada no Dicionário que acompanha o livro (IMENES; LELLIS, 1997, p.299).

Idéias envolvendo proporcionalidade continuam a ser construídas no próprio volume de 6ª série e nos das séries seguintes. Nos próximos parágrafos, destacamos momentos desse percurso.

---

[20] Vejam-se, por exemplo, os exercícios 1, 3, 4, 5 e 6 em Imenes e Lellis (1997, p. 222-224).

No volume de 6ª, capítulo 7, a noção de proporcionalidade é usada implicitamente na ampliação e redução de figuras. No capítulo 9, a regra de três é apresentada como um tipo particular de equação de 1ºgrau, cuja montagem se justifica a partir das idéias contidas na definição (III), e não pelos conceitos de razão e de proporção. De posse desse procedimento mais eficaz, se amplia a gama de problemas de proporcionalidade que os alunos podem enfrentar. No mesmo volume, no capítulo 10, sobre porcentagens, há referências à proporcionalidade. No capítulo 11, convém destacar os problemas envolvendo construção de gráficos de setores, nos quais a determinação da medida do ângulo de cada setor é obtida de três maneiras diferentes: pela regra de três, por porcentagens e pelo produto de frações. Trata-se de uma das várias oportunidades em que se conectam esses diferentes temas.

No volume de 7ª série, a proporcionalidade aparece logo de início no capítulo 1, para comparar preço e quantidade de produtos alimentícios. No capítulo 8, dedicado à estatística, a proporcionalidade é explorada na apresentação do conceito de amostra. No final do volume, destacamos o capítulo 11, inteiramente dedicado à proporcionalidade em conceitos, propriedades e problemas de geometria.

No volume de 8ª série, a proporcionalidade tem presença essencial nos seguintes capítulos: 1, sobre semelhança de figuras geométricas; 4, sobre relações trigonométricas; 7, sobre estatística; 8, quando se aborda o teorema de Tales; 9, no qual um dos itens tem o título “Produção e proporcionalidade”; 10, sobre funções, quando finalmente, em diversos problemas, a relação de proporcionalidade é caracterizada por fórmulas como as de (II). Como esse capítulo de introdução às funções destaca a maneira com que uma grandeza varia em função da outra, as variações proporcionais, direta ou inversa, constituem a base de nossa abordagem.

Como indica a enumeração anterior, procuramos eliminar os obstáculos decorrentes da teoria das proporções e conduzir o aprendizado para uma caracterização “funcional” da proporcionalidade, porém sem abandonar de vez a célebre regra de três, pela razão já exposta.

Por fim, esclarecemos que, em nosso projeto, não consideramos que o trabalho com proporcionalidade deva ser concluído na educação fundamental, pois o tema ainda guarda interesse no curso médio.

Das considerações anteriores, concluímos que não são pertinentes, ao menos no tocante à proporcionalidade, as críticas expressas no trabalho de Ruggiero e Basso (2003). Vejamos exemplos.

"O conceito é fragmentado, apresentado na sua forma acabada, tendo os métodos de cálculo como objeto a ser apropriado pelo aluno […]" (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 33).

Como se pode dizer que o conceito é apresentado em sua forma acabada, voltado para o cálculo, se, antes mesmo de se caracterizar a proporcionalidade, os alunos discutem qualitativamente situações relativas a essa idéia?

As autoras, referindo-se não apenas à porcentagem ou proporcionalidade, reclamam da falta de sistematização de nosso texto, porque o livro didático deve conter definições conceituais que sistematizem o processo que levou à sua compreensão (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 34).

Também julgamos importante apresentar definições, mas entendemos que elas precisam ser construídas. Essas construções, às vezes, levam anos. No caso do tema em questão, como já sinalizamos, a definição (II) começa a se esboçar na 8ª série. É preciso ter ainda presente que, dependendo do tema, essa construção sequer chega a se consumar para aqueles estudantes que encerram sua formação matemática na escola básica. Por exemplo, não é possível, com a Matemática ensinada até o final do Ensino Médio, apresentar uma definição de área de uma superfície que não seja criticável do ponto de vista do conhecimento matemático atual.

As autoras ainda se referem a duas condições que o texto não atenderia:

> a primeira diz respeito à necessidade de o aluno desenvolver uma compreensão profunda do conceito de proporcionalidade […] saber reconhecer situações em que a proporcionalidade está presente ou não […] A segunda é a sua apresentação contínua aos alunos […] (o que) significa abordar a idéia de proporcionalidade em todos os assuntos em que esse conceito estiver presente […] (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 32).

Ocorre que todas as recomendações acima são cumpridas na obra, em todos os volumes de 1ª a 8ª série, como mostra a descrição de nosso tratamento.

Finalmente, referindo-se à proporcionalidade, Ruggiero e Basso (2003, p. 31) afirmam que "fica evidente ter sido o conceito negligenciado".

Não compreendemos como podem afirmar isso se, como esclarecem no primeiro parágrafo do artigo, a análise concentrou-se no capítulo de porcentagem da 6ª série. Não é sem razão que não perceberam a enorme importância que demos ao conceito ao longo de toda a coleção, da 1ª a 8ª série. Para nós, é injustificável essa referência à “negligência”.

4.5 Porcentagem: uma abordagem alternativa

Nesse caso, desejávamos evitar o uso sistemático da regra de três. Nosso objetivo final era interpretar **a %** como um operador e efetuar cálculos com porcentagens usando números decimais, intenção condizente com a época das calculadoras e com as práticas atuais em cálculos contábeis e financeiros. Antes, porém, de chegar a essa utilização “profissional” da porcentagem, devíamos considerar que se trata de noção bastante presente no cotidiano, conhecida até mesmo de pessoas sem escolarização e de algumas crianças de 4ª ou 5ª séries. Por isso, buscamos também respeitar eventuais concepções espontâneas do conceito.

Verificamos que muitas pessoas não escolarizadas são capazes de efetuar cálculos com porcentagens (comerciantes, carpinteiros, vendedores nas feiras livres, por exemplo); identificam 100% com o total, 50% com metade desse total, 10% com esse total dividido por 10, etc. Assim, calculam 10% de, digamos, R$ 30,00, efetuando $30 \div 10$. Estendendo essa idéia, algumas pessoas calculam, por exemplo, 13% de uma quantia dividindo-a por 100 (para obter 1%) e multiplicando o resultado por 13 (para chegar aos 13%). Nessa concepção está implícita a proporcionalidade, mas é mais forte ainda a idéia de que **a %** é um operador. Isto é, um símbolo que “manda” dividir por **100** e multiplicar por **a**.

Certamente, foi satisfatório perceber que as idéias mais ou menos espontâneas sobre porcentagem fossem condizentes com o projeto de tratá-la como operador. Tomamos como ponto de partida a concepção espontânea já no volume de 4ª série[21] no qual, a partir de mínimas informações básicas (de que 100% correspondem ao total, 50% à metade desse total, 10% à décima parte desse total) são propostos problemas em

[21] No estágio atual do trabalho, como já assinalamos, essa concepção espontânea começa a ser explorada na 3ª série.

que as crianças devem encontrar meios próprios de efetuar cálculos envolvendo porcentagens. Essa abordagem tão simples é muito bem compreendida pelas crianças e é retomada na 5ª série.

Aos poucos, conectamos a porcentagem com outros conceitos. No volume de 6ª série, por exemplo, buscamos explorar principalmente a conexão com números decimais (13% = 0,13 ou 113% = 1,13), mas também com frações e com proporcionalidade (um exemplo deste último caso aparece em Imenes e Lellis (1997, p.228). Nos volumes de 7ª e 8ª séries, continua o tratamento da porcentagem, ampliando-se o campo de situações em que ela é aplicada[22] e aproximando-se do objetivo de usá-la como "índice multiplicativo" em situações em que aparecem porcentagens sobre porcentagens, como no caso de dois acréscimos porcentuais sucessivos em certa quantia, ou de acréscimos seguidos de descontos.

Nesse conteúdo, somos forçados a concordar com uma ou outra das observações da crítica, embora sem poder lhe atribuir o viés negativo das autoras. Por exemplo, quando afirmam que a porcentagem "Apresenta-se como um símbolo puramente operacional" (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 30) as autoras acertam, uma vez que consideramos o símbolo **a %** como operador.

Por outro lado, há outras observações que nos parecem incorretas. Por exemplo, este curioso parágrafo:

> A forma como porcentagem se apresenta, tanto no livro da 5ª série quanto no da 6ª série, sem a devida sistematização, não permite uma articulação com os conhecimentos já aprendidos sistematicamente na escola e que se relacionam intrinsecamente com o conceito de porcentagem, de modo a conduzir o aluno à tomada de consciência do conceito de número racional. (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 28).

Embora não tenhamos conseguido entender a relação estabelecida pelas autoras entre a apresentação da porcentagem e a tomada de consciência do conceito de número racional, discordamos em dois pontos. Primeiro, acreditamos que a porcentagem tenha sido sistematizada quando se descrevem as operações determinadas pelo *operador porcentual*. Em segundo lugar, as articulações com outros conceitos surgem ao longo dos volumes e, em particular, a conexão com as duas formas de representação do número racional (decimal e fracionária) é efetivada já na 6ª série. Aliás, a experiência

[22] Veja-se, por exemplo, o problema 33 em Imenes e Lellis (2001, p. 219, volume de 8ª série).

tem mostrado que a maneira como estabelecemos essas conexões contribui muito mais para o conhecimento dos números racionais do que a abordagem tradicional.

5. Conclusões

No início deste texto, assinalamos o valor e a importância da crítica, considerando bastante positivo o surgimento de análises específicas de textos didáticos, especialmente no âmbito da Educação Matemática. Aliás, trabalhos nessa linha abordaram produções nossas e, ao apontarem suas limitações, contribuíram para que tentássemos aprimorá-las, o que explicitamos na reedição da coleção[23].

Por outro lado, é evidente que nem todas as críticas são cabíveis e, a nosso ver, esse é o caso da análise que contestamos. Por isso, indagamos que elementos deveriam nortear a elaboração da crítica, para que esta seja pertinente.

A questão não parece simples, porque faltam referências, não há ainda modelos para a análise de textos didáticos, uma vez que a crítica nesse campo, em nosso país, é incipiente.

Uma primeira aproximação se obtém quando consideramos o trabalho do crítico literário. Para emitir seus juízos e opiniões, ele sempre se apóia em um conhecimento razoavelmente amplo da produção passada e presente, o que facilita comparações, evidencia a originalidade ou a falta dela. Esse critério parece adequado também para a análise de obras didáticas, embora deva haver outros elementos mais específicos para nortear a crítica. Acreditamos que o artigo de Ruggiero e Basso (2003) e esta contestação podem fornecer algumas pistas.

Parece-nos necessário que a obra seja examinada até o ponto de se apreender sua natureza e intenções, em termos científicos e pedagógicos. Talvez as autoras tenham a mesma opinião, porque afirmaram ter percebido “a lógica” dos autores ou sua “visão de Matemática”. Dificilmente, porém, a leitura de uns poucos trechos, como a efetuada por elas, permitiria conclusões tão gerais, tanto que sequer foi notado que o padrão de livro que apresentamos diferia do habitual.

[23] Ver Imenes e Lellis (2001, p. 5, Assessoria Pedagógica).

Isso nos leva a recomendar que a crítica realize exames abrangentes, como os que, até certo ponto, são feitos pela avaliação do PNLD, que percorre os quatro volumes da obra. Nesses exames, deve se incluir um esforço consciente e rigoroso para entender o outro, isto é, compreender as concepções e estratégias daquele que se critica. Não se trata de compreender para aumentar o grau de tolerância, mas para criticar com sabedoria.

Suponhamos, porém, que a crítica não vise a obra como um todo, mas pretenda analisar apenas o tratamento de alguns tópicos, como pode ter ocorrido em relação a nosso trabalho, cujo julgamento negativo parece baseado quase inteiramente na análise de um só conteúdo matemático, tal como aparece em um determinado capítulo de um volume.

Nesse caso, devemos lembrar que, embora a Matemática se caracterize pela certeza e precisão, isso não significa que suas organizações teóricas sejam únicas ou imutáveis. A História mostra que a Matemática, tomada como ciência, em vários momentos reorganiza saberes anteriormente estabelecidos, aperfeiçoando teorias, criando novas conexões entre campos distintos. Essa característica justifica a busca de novas abordagens, mesmo para os conteúdos clássicos, no campo da Educação Matemática. Veja-se que nos referimos a novas abordagens também em termos matemáticos e não apenas metodológicos.

Levando isso em conta, é preciso que o crítico conheça ou estude diferentes tratamentos do conteúdo analisado, bem como sua evolução histórica, aspecto que a Didática da Matemática francesa chama de análise epistemológica (PAIS, 2001). Acrescentamos ainda mais um elemento necessário: o crítico – como o autor pode ter feito antes – deve tentar interpretar ou re-interpretar o tópico sob as condições da escola atual, pensando em seu papel, tanto na cultura da sociedade em que vivemos, como na organização teórica do conhecimento matemático.

Se as autoras da crítica tivessem levado em conta esses aspectos, buscando apreender a natureza dos conteúdos discutidos sob uma ótica mais abrangente, procurando compreender o projeto que examinavam, com certeza teriam realizado uma análise mais consistente de nosso trabalho. Parece-nos que os tratamentos que propusemos para proporcionalidade e porcentagem foram criticados pelas autoras principalmente porque elas se apegaram a uma concepção das razões e proporções como se esta fosse “a” verdade, o caminho único. Em Matemática e na Educação Matemática, porém, há, muitas vezes, vários caminhos.

Reconhecemos, no entanto, que o artigo contestado mostrou que não resolvemos adequadamente o problema de explicitar as concepções norteadoras, apesar da existência de um Manual Pedagógico razoavelmente extenso.

Outro mérito do artigo de Ruggiero e Basso (2003) foi discutir a natureza do livro didático, bem como conteúdos importantes na Matemática da Educação Fundamental. Se artigos futuros enfocarem esses temas, eventualmente mostrando abordagens mais adequadas do que as que descrevemos, certamente estarão contribuindo para uma melhora, mesmo que pequena, na Matemática escolar.

Referências

ÁVILA, G. Grandezas incomensuráveis e números irracionais. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n. 5, p.6-11, 1984.

ÁVILA, G. Eudoxo, Dedekind, números reais e ensino de Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 7, p.5-10, 1985.

ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 8, p.1-8, 1986a.

ÁVILA, G. Ainda sobre a regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 9, p.1-10, 1986b.

BOTTA, L. S. **Números racionais e raciocínio proporcional:** considerações sobre o ensino-aprendizagem. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo, Edgard Blücher; Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

DAVIS, P.J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

FREITAG, B.; MOTTA, V.R.; COSTA, W. F. **O livro didático em questão**. São Paulo: Cortez; Autores Associados, 1989.

HOFFMAN, P. **O homem que só gostava de números**. Lisboa: Gradiva, 2000.

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. **Matemática ao vivo**. São Paulo: Scipione, 1993.

IMENES, L. M.; LELLIS, M.; MILANI, E. **Matemática Paratodos:** 1ª a 4ª série. São Paulo: Scipione, 2004.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática:** Livro do Professor: 6ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

IMENES, L. M. **Matemática Paratodos:** Livro do Professor: 5ª a 8ª séries. São Paulo: Scipione, 2001

IMENES, L. M. O currículo tradicional e a educação matemática. **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau, n. 2, p.5-12, 1994.

LIMA, E. L. Que são grandezas proporcionais? **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 9, p. 21-29, 1986.

LIMA, E. L. Novamente a proporcionalidade. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 12, p. 8-12, 1988.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática** – Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PIRES, C. M. C. **Currículos de matemática:** da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

RUGGIERO, M. A.; BASSO, I. S. A Matemática no Livro Didático: uma reflexão crítica na perspectiva histórico-cultural. **BOLEMA**, Rio Claro, SP, n. 20, ano 16, p. 17-36, 2003.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática:** 1º grau. São Paulo, 1986.

SMITH, D. E. **History of Mathematics**. New York: Dover Publications, 1953. v.2.[24]

TINOCO, L. A. de A. Como e quando os alunos utilizam o conceito de proporcionalidade. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 14, p. 8-16, 1989.

[24] Dover imprimiu o texto de SMITH pela primeira vez em 1958, reproduzindo sem alterações a última edição de 1953. Todas as reimpressões subseqüentes (não informadas) continuam reproduzindo o texto de 1953.