



Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem¹

A Study of the Use of Mathematical Modelling as a Teaching-Learning Strategy

Lourdes Maria Werle de Almeida²

Michele Regiane Dias³

Resumo

Neste trabalho, abordamos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica em cursos regulares. O trabalho ilustra que as atividades de Modelagem permitem estabelecer uma relação entre a Matemática dos programas escolares e alguns problemas vinculados à realidade do estudante. O que se vislumbra com o desenvolvimento deste tipo de atividades em sala de aula é proporcionar ao aluno uma aprendizagem mais significativa e um conhecimento reflexivo acerca da Matemática. O trabalho descreve uma atividade de Modelagem Matemática cujo problema investigado é o crescimento de uma colônia de formigas do gênero *atta sexdens rubropilosa*, e que permite introduzir ou desenvolver com os alunos conteúdos curriculares como progressões geométricas e funções exponenciais.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática.

Abstract

In this study, we approached mathematical modelling as a pedagogical alternative in regular courses. The study illustrates that modelling activities make it possible to establish a relationship between the mathematics of school programs and some problems linked to the student's reality. The idea behind the development of this type of activity in the class room is to provide the student with more meaningful learning and reflexive knowledge regarding mathematics. A mathematical modelling activity is described where the problem investigated is the growth of a colony of ants of the genus *atta sexdens rubropilosa*. Through this activity, topics such as geometric progressions and exponential functions can be introduced or developed with the students.

Keywords: Mathematical Education. Mathematical Modelling.

1 – Introdução

As pesquisas que tratam de questões relativas ao ensino e aprendizagem da Matemática, nos diferentes níveis de ensino, têm aumentado muito nas últimas décadas. Propostas significativas para a melhoria do ensino estão centradas em enfoques, métodos e estratégias, uma vez que, do ponto de vista teórico, os conteúdos a serem

¹ Digitalizado por Ana Paula Purcina Baumann e Marli Regina dos Santos.

² Departamento de Matemática – UEL. lourdes@uel.br

³ Departamento de Matemática – UEL.

abordados durante as aulas de Matemática deverão continuar essencialmente os mesmos.

Deste modo, as investigações têm se desenvolvido sob a luz de diferentes tendências. No entanto, o desenvolvimento de ações que visam uma prática escolar em que a Matemática seja associada de forma mais efetiva à realidade dos alunos tem sido uma alternativa de mudança apontada.

Levando em consideração que cabe também à educação escolar preparar sujeitos críticos, conscientes e integrados à sociedade, o ensino deve se dar em ambientes onde a aprendizagem aconteça de forma significativa. No contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva está vinculada às ações em que o aluno tem oportunidade de experimentar, modelar, analisar situações e desenvolver um espírito crítico a respeito das soluções encontradas.

Neste sentido, as escolas brasileiras ainda têm um grande desafio a enfrentar. Segundo resultados divulgados pelo Instituto Paulo Montenegro, braço social do Ibope, em 08 de setembro de 2004, 77% dos brasileiros jovens e adultos não são capazes de resolver problemas matemáticos que exijam mais de um passo para sua resolução e, também, não conseguem ler mapas, gráficos ou tabelas. A pesquisa indica também que 2% da população brasileira é totalmente analfabeta em Matemática, o que significa que não domina habilidades simples como ler preços, identificar números de telefone, contar dinheiro ou mesmo consultar um calendário. Segundo a pesquisa, outro grupo formado por 46% dos brasileiros, embora consiga ler números, comparar preços e até dar troco, não consegue resolver pequenas situações onde tenha que fazer alguns cálculos simples. A pesquisa, que visa diagnosticar o nível de capacidade das pessoas para utilizar a Matemática no dia-a-dia, foi realizada com duas mil pessoas residentes em áreas urbanas e rurais do país e representa a continuidade de um trabalho iniciado em 2002 pelo mesmo instituto. Segundo Maria da Conceição, consultora da pesquisa, não houve progresso nesse período nesse campo.

Ao tratar de questões relativas à necessidade de reestruturações no ensino da Matemática, D'Ambrósio (2002), argumenta que o ciclo de aquisição do conhecimento é deflagrado a partir de fatos da realidade. Deste modo, a construção do conhecimento matemático pode ser mais eficiente se emergir de fenômenos que têm origem na realidade. Assim, a exploração, no ensino, de situações da vida real, em que a

Matemática se aplica, torna-a mais dinâmica e interessante e proporciona maior eficiência no processo de ensino e aprendizagem.

Neste trabalho, sugerimos uma modificação nas práticas convencionais das aulas de Matemática por meio da Modelagem Matemática, a qual permite estabelecer uma relação entre a Matemática dos programas escolares e a realidade do estudante.

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem aplicada ao ensino pode ser um caminho para despertar maior interesse, ampliar o conhecimento do aluno e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir. Para D’Ambrósio, (1996) a recriação de modelos pelo sujeito, que pode utilizar outros modelos já incorporados à sua realidade, é a essência do processo criativo e poderia constituir o ponto focal dos sistemas educativos.

Neste contexto, a Modelagem, percebida como um estudo matemático acerca de um problema não essencialmente matemático, que envolve a formulação de hipóteses e simplificações adequadas na criação de modelos matemáticos para analisar o problema em estudo, pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática em currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino.

Esta perspectiva para a Modelagem Matemática, no entanto, vai além da idéia utilitarista de aplicar a Matemática para resolver problemas. O desenvolvimento do conhecimento reflexivo, visando à formação de um cidadão crítico, também se insere entre os objetivos a serem atingidos quando se faz uso da Modelagem Matemática em ambientes de ensino e aprendizagem de cursos regulares.

Neste trabalho, descrevemos um trabalho de Modelagem Matemática cujo objeto de estudo são as formigas, mais especificamente, formigas do gênero *atta sexdens rubropilosas*, conhecidas como “saúvas limão”.

O interesse em estudar estes “pequenos seres” emergiu de um grupo de alunos durante as aulas de Introdução à Modelagem Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática. A partir de informações e referências bibliográficas obtidas junto aos especialistas no assunto, da Empresa Brasileira de Assistência Técnica e Extensão Rural – EMATER- foram obtidos os dados necessários para iniciar o estudo que culminou com a dedução de um modelo matemático que nos permite realizar uma análise do desenvolvimento de um formigueiro desta espécie.

A possibilidade de priorizar conteúdos específicos de um programa de Matemática do Ensino Médio, usando a Modelagem Matemática, é mostrada com este trabalho. Além disso, a possibilidade de desenvolver no aluno uma reflexão acerca dos modelos e as suas soluções também é investigada.

2 – Contexto

2.1 - Aspectos sociais da Modelagem Matemática

Hoje, parece evidenciar-se uma concepção de que “Aprender Matemática é construir relações Matemáticas, negociar os significados matemáticos com os outros e refletir sobre a sua própria atividade Matemática” (WHEATLEY, 1992 apud REYNOLDS; WHEATLEY, 1996).

Foge aos propósitos deste texto uma análise mais aprofundada sobre a influência dos aspectos sociais na aprendizagem, todavia, levando em consideração esta visão da aprendizagem da Matemática, fortalecemos a nossa concepção de que a interação social tem um lugar importante na construção do conhecimento.

Segundo Fernandes (2000), quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objetivo e produzem um produto ou solução final comum, têm a possibilidade de discutir os méritos das diferentes estratégias para resolver um mesmo problema, e isso pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

A Modelagem Matemática em sala de aula pode ser vista como uma atividade essencialmente cooperativa, onde a cooperação e a interação entre os alunos e entre professor e aluno têm um papel importante na construção do conhecimento. Por outro lado, a relação com a sociedade também pode ser fortemente estimulada, uma vez que o problema investigado pelo aluno tem nela a sua origem.

Estes aspectos da Modelagem Matemática fazem parte dos argumentos que vêm sendo usados para justificar a introdução das atividades de Modelagem nas aulas de Matemática em cursos regulares. Blum e Niss (1991), em suas argumentações, defendem a necessidade do envolvimento do aluno em situações reais, extramatemáticas, durante as aulas de Matemática. Segundo o autor, não basta aos alunos o domínio de conhecimentos da Matemática para que daí resulte

automaticamente a capacidade de lidar com situações problema que envolvem estes conhecimentos.

De um ponto de vista bastante próximo deste, Niss (1999) identifica, entre as razões para incorporar as atividades de Modelagem às aulas de Matemática, o desenvolvimento, pelo aluno, da capacidade de resolver problemas reais como cidadão, por meio da Matemática.

2.2 - O conhecimento reflexivo e a Modelagem Matemática

A Matemática desempenha um papel fundamental no mundo de hoje. O desenvolvimento tecnológico ora experimentado faz com que muitas decisões institucionais de natureza econômica, social ou política, e que afetam a vida de muitas pessoas, estejam apoiadas em ferramentas conceituais oriundas da Matemática. É neste contexto que Skovsmose (2001) coloca “o poder formatador da Matemática na sociedade”.

Levando em consideração este cenário, tem se atribuído uma importância cada vez maior à Educação Matemática. Não é mais suficiente o aluno aprender Matemática e saber utilizá-la para resolver problemas cotidianos. Além desses saberes, é necessário que o aluno seja capaz de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática.

Essa forma específica de saber está relacionada com uma dimensão do conhecimento, chamada por Skovsmose de conhecimento reflexivo. Skovsmose (1990) argumenta que o conhecimento reflexivo se refere à competência de refletir sobre o uso da Matemática e avaliá-lo.

Neste contexto, Borba e Skovsmose (1997) afirmam que, ao conceber a Modelagem Matemática na perspectiva da interação Matemática X realidade, aplica-se apenas parte dela. O sentido da Modelagem pode ser mais amplo, quando percebemos que modelos matemáticos fundamentam nossas decisões a respeito da realidade. Ao sugerir o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, Blum (1991) também defende que as aplicações constituem fonte de reflexão e são componentes fundamentais para uma visão mais ampla da Matemática. O que se espera neste sentido é que a interação

entre a vida real e a Matemática proporcione a reflexão, levando a uma conscientização do lugar e do papel da Matemática na sociedade.

Bassanezi, ao sugerir a Modelagem Matemática em cursos regulares, fala sobre a necessidade de “procurar um equilíbrio harmonioso entre a teoria e a prática, mostrando o valor intrínseco da Matemática, assim como sua plasticidade e beleza, enquanto ferramenta para o entendimento de outras áreas de conhecimento”.

Neste sentido, as atividades de Modelagem Matemática podem tornar-se um ambiente propício para o desenvolvimento do conhecimento reflexivo. Segundo Skovsmose (2001), “em um processo de Modelagem Matemática, ocorre uma transição entre linguagens diferentes”. Uma primeira transição, de uma linguagem natural para uma linguagem sistemática, ocorre quando uma situação da realidade é transformada em informações. A segunda transição, desta linguagem sistemática para uma linguagem Matemática, ocorre quando estas informações são transformadas, por meio de hipóteses simplificadoras da realidade, num modelo matemático.

Essas duas transições, que ocorrem durante uma atividade de Modelagem Matemática, proporcionam ao aluno o conhecimento reflexivo e ilustram o poder de formatação da Matemática.

2.3 - A Modelagem Matemática na sala de aula em cursos regulares

Embora a Modelagem Matemática seja reconhecidamente um método de pesquisa amplamente utilizado na área que se convencionou chamar de Matemática Aplicada, ela tem sido reconhecida como uma alternativa pedagógica na condução do processo de ensino e aprendizagem em cursos regulares submetidos a programas e cronogramas preestabelecidos. Barbosa (2001), Araújo (2002), Bassanezi (2002), Ferruzi e Almeida (2002a; 2002b), Almeida (2002), Almeida et. al. (2001), Biembengut e Hein (2000), Borssoi e Almeida (2002) são alguns dos trabalhos que tratam desta questão.

O que se percebe é que, quando investigada na Educação Matemática, a Modelagem assume perspectivas distintas daquelas que tratam essencialmente da solução de problemas por meio da Matemática. A aplicação da Modelagem Matemática

no contexto escolar conduz a algumas mudanças quanto à organização dos trabalhos de Modelagem e quanto aos objetivos de sua utilização.

O que se pretende aqui é mostrar que a Modelagem Matemática é uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar, que pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática.

D'Ambrósio (2002) ao se referir à Matemática nas escolas, lembra que o maior desafio dos matemáticos e educadores matemáticos é “fazer uma Matemática integrada no pensamento e no mundo moderno” e aponta a Modelagem Matemática como um caminho para contribuir para o enfrentamento deste desafio.

De fato, uma Modelagem eficiente permite explicar o problema, tomar decisões e fazer previsões. Isso mostra que é possível influenciar nas mudanças sociais. Estudos dessa natureza tornam a Matemática escolar mais interessante em qualquer nível de ensino, levando os alunos a incorporar e compreender conceitos matemáticos de forma mais significativa.

Consideramos que, em um ambiente de ensino e aprendizagem, os trabalhos de Modelagem Matemática podem ser desenvolvidos de forma gradativa com os alunos, respeitando diferentes momentos:

- Em um primeiro momento, são abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor; neste momento, a formulação de hipóteses e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor;
- Posteriormente, uma situação problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor à classe, e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado;
- Finalmente, os alunos, distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor.

Este encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática tem-se mostrado bastante adequado na prática de sala de aula em diferentes níveis de ensino. Na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos “diferentes momentos”, conforme a seqüência apresentada, a sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando.

3 - Descrição de um trabalho desenvolvido

O trabalho aqui descrito foi desenvolvido durante algumas aulas da disciplina Introdução à Modelagem Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática durante o ano de 2000. Trata-se de uma disciplina anual, com carga horária de duas horas semanais, numa única sessão.

Levando em consideração a seqüência apresentada em 2.3, este trabalho corresponde ao “terceiro momento”. Assim, separados em grupos, os alunos escolheram um tema a ser investigado. A partir deste tema, cada grupo definiu um problema a ser analisado. Os alunos criaram, então, um modelo matemático, que foi aperfeiçoado sucessivamente num processo de Modelagem Matemática, até encontrarem uma solução que lhes parecesse satisfatória.

Os problemas investigados pelos alunos abordam conteúdos matemáticos de diferentes níveis de ensino, dependendo da complexidade do problema em estudo, do encaminhamento dado para o estudo e dos interesses de cada grupo.

Um destes grupos de estudantes escolheu o tema “formigas”. Inicialmente, foram obtidas informações relativas às formigas junto aos especialistas no assunto da Empresa Brasileira de Assistência Técnica e Extensão Rural – EMATER e em bibliografia específica sobre o assunto. A partir de dados iniciais, foi escolhida uma espécie de formigas para ser estudada com mais profundidade. Levando em consideração os dados obtidos, foi definido, pela equipe de alunos, o problema a ser estudado.

3.1 – Informações sobre a vida das formigas

As formigas, cuja existência se mede na casa dos cem milhões de anos, segundo Sales (1998), manifestam a sua inteligência principalmente pela forma como dividem suas tarefas, desenvolvem suas habilidades e vivem em sociedade. Toda esta eficiência faz com que a massa viva de todos os formigueiros alcance um milhão de toneladas, o que a torna apenas cerca de 300 vezes menor que o peso total da humanidade.

Em função da ampla variedade de espécies de formigas conhecidas, escolhemos as saúvas, mais especificamente, a saúva limão, cujo nome científico é *Atta sexdens rubropilosa*. Embora sua função no ecossistema seja importante, quando não controladas, podem causar danos muito grandes. Segundo Della Lucia (1993), é uma espécie que ocorre em grande quantidade no Brasil. No estado do Paraná, há focos nas cidades de Cascavel e Campo Mourão. Isso justifica a escolha desta espécie.

A partir das informações obtidas, os alunos selecionaram alguns dados importantes para o estudo:

- A longevidade média das operárias é de 150 dias.
- A longevidade média da rainha é de 5475 dias (15 anos).
- A duração média do ciclo evolutivo desta espécie é de 57 dias.
- O período que a rainha permanece no canal que vai se transformar em formigueiro até a primeira postura é de cinco dias.
- A população estimada de um formigueiro adulto é de aproximadamente cinco milhões de formigas.

3.2 - A definição do problema a ser investigado

Levando em consideração as informações obtidas, o que se pretende é analisar como ocorre o crescimento de um formigueiro da saúva-limão. Isso nos remete, no entanto, à necessidade de conhecer a postura média da rainha de uma colônia dessa espécie.

3.3 - As hipóteses usadas para o estudo

Uma hipótese, considerada em Mariconi (1970) e Sales (1998) é que, em uma colônia de formigas, o número de mortes é proporcional à quantidade de formigas existentes em cada instante.

Levando em consideração os dados obtidos, a taxa de mortalidade pode ser expressa por: $\frac{1}{150} = 0,0067$. Logo, a taxa de sobrevivência equivale a: $1 - 0,0067 = 0,9933$. Além disso, a partir dos dados obtidos, podemos supor que as primeiras formigas adultas só surgem após 62 dias de existência do saueiro.

3.4 - A dedução do modelo matemático

Com o objetivo de encontrar um modelo matemático, que nos permita determinar a postura média da formiga rainha, definimos as variáveis:

- x é postura média da rainha;
- n é o tempo (em dias);
- y_n é o número de formigas presentes no formigueiro no dia n .

Vale lembrar que o n está sendo considerado a partir do 62º dia da existência do saueiro, pois somente após esse período é que estão surgindo as primeiras saúvas adultas. Assim, y_1 equivale ao 62º dia de existência do formigueiro.

Fundamentados na hipótese e nos dados, podemos escrever:

$$y_1 = x$$

$$y_2 = 0,9933y_1 + x = 0,9933x + x$$

$$y_2 = x(0,9933 + 1)$$

$$y_3 = 0,9933y_2 + x = 0,9933[x(0,9933 + 1)] + x$$

.

.

.

$$y_n = x(0,9933^{n-1} + 0,9933^{n-2} + \dots + 0,9933 + 1)$$

Assim, o modelo que descreve o nº de formigas no dia n é:

$$y_n = x \left\{ (0,9933)^{n-1} + (0,9933)^{n-2} + \dots + 0,9933 + 1 \right\}$$

Considerando a seqüência:

$(1; 0,9933; (0,9933)^2; \dots; (0,9933)^{n-2}; (0,9933)^{n-1})$, podemos observar que se trata de uma progressão geométrica de razão $q = 0,9933$ e o primeiro termo $a_1 = 1$, e necessitamos da soma da mesma.

Fazendo a dedução da soma dos termos da progressão geométrica finita, temos que:

$$S_n = \frac{(0,9933)^n - 1}{0,9933 - 1}$$

$$\text{Portanto: } y_n = x \left[\frac{(0,9933)^n - 1}{0,9933 - 1} \right]$$

que, por meio de uma mudança de base na exponencial, pode ser escrito como:

$$y_n = -\frac{x}{0,0067} (e^{-0,0067 n} - 1) \quad (1)$$

Considerando $n = 5413$ (tempo de vida média da rainha menos a duração média do ciclo evolutivo, incluindo o tempo que a rainha inicia o formigueiro até a 1ª postura) e admitindo $y_{5413} = 5.000.000$, temos: $x = 33.500$.

Logo, podemos concluir que a postura média diária da formiga saúva *Atta Sexdens Rubropilosa* é de aproximadamente 33.500 ovos/dia.

Substituindo esta informação no modelo (1), temos:

$$y_n = -5.000.000 (e^{-0,0067n} - 1)$$

Podemos observar que $\lim_{n \rightarrow \infty} -5.000.000 (e^{-0,0067n} - 1) = 5.000.000$, o que corresponde à informação de que o saúveiro adulto teria em torno de 5.000.000 formigas. Por outro lado, podemos observar também que, com dois anos, o número de formigas já passa de 4.900.000.

Considerando o tempo como sendo uma variável contínua t , obtemos o modelo:

$$y(t) = -5.000.000 (e^{-0,0067 t} - 1) \quad (2)$$

A equação (2) representa um modelo que descreve o número de formigas existentes no formigueiro em cada instante t . Por meio deste trabalho é possível abordar com os alunos o estudo de progressões geométricas e funções exponenciais.

4 - Considerações finais

Com este trabalho, podemos ilustrar como a Modelagem Matemática, vista enquanto estratégia pedagógica, possibilita a integração entre conteúdos curriculares e algumas situações reais que podem ser investigadas e analisadas pelos alunos.

Podemos observar que o problema investigado sobre o crescimento de um formigueiro proporciona a abordagem de conteúdos do programa de Matemática do Ensino Médio como progressões geométricas e funções exponenciais.

O que podemos observar nos alunos envolvidos neste trabalho é que as atividades de Modelagem podem atender a diferentes expectativas.

Por um lado, visam à sua aprendizagem, à sua capacidade de resolver problemas, de refletir sobre o uso da Matemática analisando a situação em estudo. Neste sentido, algumas considerações apresentadas pelos alunos na introdução, na conclusão e na apresentação oral deste trabalho para os colegas, refletem a necessidade de uma análise crítica a respeito do modelo encontrado. Inicialmente, a necessidade de selecionar de forma adequada as variáveis parece ter sido uma preocupação importante dos alunos. Relacioná-las de forma a determinar que a postura média da rainha desta espécie de formigas está diretamente relacionada com a expectativa dos alunos: a capacidade de resolver problemas por meio da Matemática; que “Matemática” usar na resolução deste problema. Neste contexto, podemos considerar que o trabalho cooperativo da equipe assume relevância. De fato, as relações entre as variáveis foram sendo construídas a partir de discussões entre os membros do grupo, o que vem confirmar a idéia de que a Modelagem Matemática constitui uma atividade essencialmente cooperativa. Parece oportuno considerar também que, neste contexto, o papel do professor é de grande importância. As contribuições deste, por sua vez, devem se dar no sentido de orientar os alunos sem violar a sua criatividade. O que podemos observar com este grupo em particular é que os estudantes necessitam de uma validação

ou de uma “aprovação” do professor, o que aconteceu especialmente quando da definição das hipóteses apresentadas em 3.3.

Uma vez obtido o modelo (2), a atenção dos estudantes se voltou para a “necessidade” que sentiam de validar o modelo e, mais, convencer seus colegas de que o modelo é adequado para apontar uma solução para o problema em estudo. Embora conscientes de que outras formas de resolver o problema poderiam ser encontradas, ou de que o modelo obtido poderia ser melhorado, segundo os alunos, o que é obtido pelo modelo neste momento é o que deve prevalecer. Este pode ser visto como um aspecto relativo ao “poder formatador da Matemática”, defendido por Skovsmose, que, para este grupo de alunos, se confirmou também com a avaliação positiva do resultado que obtiveram por parte do técnico da EMATER.

A realização deste trabalho permite concluir que, realizando atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, o aluno tem oportunidade de atribuir significado aos aspectos matemáticos, uma vez que faz a identificação das variáveis do problema em estudo e estabelece relações entre elas, transferindo aspectos da realidade para a linguagem Matemática. Neste contexto, Lesh (*apud* FERNANDES, 2000), ao se referir à importância das situações extramatemáticas, afirma que os problemas que envolvem aplicações da Matemática colocam em jogo idéias e conhecimentos sobre o mundo real e podem complementar conhecimentos e processos matemáticos reconhecidamente válidos.

As “transições de linguagem”, já citadas, que, segundo Skovsmose (2001) ocorrem durante um processo de Modelagem Matemática, podem ser observadas neste trabalho. A primeira transição ocorreu quando os alunos, a partir de uma grande quantidade de informações obtidas em livros e pelos técnicos especializados, descreveram o problema. Os alunos tiveram que organizar as informações obtidas, destacar o que era relevante e selecionar um conjunto de dados necessários para estudar o problema. A seguir, apresentaram estas informações de uma forma sistemática e estruturada. Tal transição pressupõe uma interpretação coerente do fenômeno a ser investigado. De posse destas informações, os alunos passaram à segunda transição: transformar estas informações em modelo matemático. Estas transições parecem confirmar o que Stewart (1996) já vem afirmando: “a Matemática não é sobre símbolos, regras e cálculos, mas a Matemática é sobre idéias”

Uma outra expectativa destes alunos diz respeito ao seu papel de futuros professores. Estes têm expectativas favoráveis (ou mesmo desfavoráveis) em relação à utilização da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica em sua prática docente futura. Neste contexto, a realização deste trabalho gerou reflexões bastante abrangentes por parte dos membros da equipe. Como realizar um trabalho deste tipo com alunos do ensino médio? Os alunos do ensino médio poderão aprender o conceito de progressão geométrica por meio de um trabalho deste tipo? Estes alunos terão acesso aos dados necessários para desenvolver um trabalho deste tipo? São algumas das questões que foram discutidas quando da apresentação deste trabalho. Estas discussões contribuem para que os alunos de Licenciatura em Matemática se sintam motivados a trabalhar com Modelagem Matemática em sua atuação profissional futura no Ensino Fundamental e Médio.

Existem diferentes possibilidades de integrar atividades deste tipo nos programas escolares. Estas diferem essencialmente quanto ao grau de articulação entre os aspectos matemáticos e extramatemáticos do programa. Todavia, a experiência e a disposição do professor também constituem aspectos definitivos para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula. Assim, é importante levar em consideração que um único trabalho não proporciona todas as transformações, mas o uso continuado pode trazer grandes benefícios e realizar a ligação entre as idéias exploradas no processo de Modelagem e o saber sistematizado.

5 - Referências

ALMEIDA, L.M.W.; MARTINS, N.S.; TOZAKI, A. Modelagem Matemática como alternativa de ensino. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 6., 2001, Londrina. **Anais...** Londrina, PR: UEL, 2001. v. 1, p. 17-18.

ALMEIDA, L.M.W. Modelagem Matemática na sala de aula: um estudo. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 7., 2002, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos...** Foz do Iguaçu, PR: UNIOESTE, 2002.

ARAÚJO, J.L. **Cálculo, tecnologias e Modelagem Matemática:** as discussões dos alunos. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BARBOSA, J.C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2001.

- BASSANEZI, R.C. **Ensino–Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. 389p.
- BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127p.
- BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, feb. 1991.
- BORBA, M.C.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.
- BORSSOI, A.; ALMEIDA, L.M.W. O processo de ensino e aprendizagem acontecendo num ambiente de Modelagem Matemática e tecnologias informáticas: buscando uma aprendizagem significativa. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPREM, 7., 2002, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos...** Foz do Iguaçu, PR: UNIOESTE, 2002.
- D'AMBROSIO, U. A Matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 9, n. 11, p. 29-33, 2002.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996. 121p.
- DELLA LUCIA, T.M.C. **As formigas cortadeiras**. Viçosa, MG: [s.n.], 1993.
- FERNANDES, E. Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: a apropriação de artefactos da Matemática escolar. **Quadrante**, Lisboa, v. 6, n. 1, p. 49-86, 2000.
- FERRUZZI, E.C.; ALMEIDA, L.M.W. Tensão aplicada em um capacitor: uma aplicação de Modelagem Matemática no ensino tecnológico. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPREM, 7., 2002a, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos...** Foz do Iguaçu, PR: UNIOESTE, 2002a.
- FERRUZZI, E.C.; ALMEIDA, L.M.W. Comportamento da temperatura em um forno elétrico: Modelagem Matemática de um problema no ensino tecnológico. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL – ERMAC, 7., 2002b, Londrina. **Anais...** Londrina, PR: UNIOESTE, 2002b. v. 1, p. 28-29.
- MARICONI, F.A.M. **As saúvas**. São Paulo: Editora Agronômica Ceres, 1970.
- NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS, 9., 1999, Lisbon. **Abstracts...** Lisbon: University of Lisbon, 1999.
- REYNOLDS, A.; WHEATLEY, G. How do social interactions contribute to learning? In: MANSIFIEL, H.; PATEMAN, N.; BEDNARZ, N. (Ed.). **Mathematics for tomorrow's young children - international perspectives on curriculum**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 186-197.
- SALES, F.J.M. **Saúvas comportamento, domesticação e aleloquímicos**. Fortaleza, CE: EdiAtta, 1998.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process.
Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

STEWART, I. **Os problemas da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1996.