ISBN 978-85-89082-23-5

Uma Discussão sobre a Constituição do Saber Matemático e seus Reflexos na Educação Matemática[1]

Renata C. Geromel Meneghetti[2]

Irineu Bicudo[3]

Resumo

Entender o saber Matemático em sua Constituição é o propósito principal deste trabalho que procura mostrar os caminhos percorridos, os erros cometidos e as lições alcançadas, ao longo da História da Filosofia da Matemática. Nesse percurso, destacamos que, de Platão ao século XIX, em geral, o saber Matemático ou foi considerado como objeto puro da razão, ou objeto exclusivo da experiência ou da intuição. Uma reflexão sobre essa trajetória histórico-filosófica aponta para uma visão de que o conhecimento Matemático, em sua Constituição, deva se dar mediante um equilíbrio entre os aspectos lógico e intuitivo, num processo dinâmico (dialético), e num desenvolvimento em espiral. Por fim, surge o questionamento sobre a viabilidade de tal proposta como uma proposta pedagógica e uma reflexão a respeito das influências da Filosofia da Matemática nos rumos tornados pela Filosofia da Educação Matemática,

Abstract

The main purpose of this study was to understand mathematical knowledge in its constitution, trying to show the ways sought, the mistakes made, and the lessons learned throughout the History of the Philosophy of Mathematics. Throughout this journey it is emphasized that from Plato to the Nineteenth Century, in general, mathematical knowledge was either considered a pure object of reason or a pure object of experience and/or intuition. A reflection on this historical-philosophical trajectory led to the point of view that mathematical knowledge, in its constitution, should be obtained by means of a balance(equilibrium) between the logical and the intuitive aspects, in a dynamic process and with a spiral development. Finally, there is a reflection about the influences of the Philosophy of Mathematics on the paths followed by the Philosophy of Mathematical Education and a question about the viability of this proposal as a pedagógical proposal for Mathematical Education.

O que é importante na Constituição do saber Matemático?

Uma análise da resposta dada a essa pergunta, ao longo da História e da Filosofia da Matemática, mostra posições diversificadas em diferentes épocas e em diferentes filósofos.

Filósofos e Matemáticos, desde a época de Platão, nem sempre estiveram de

[1] Digitalizado por Edinei Reis e Renato Marcone.

[2] Professora do Departamento de Matemática (SMA), do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC), da Universidade de São Paulo (USP), “campus” de São Carlos- SP/Br. - e-mail: rcmg@icmc.sc.usp.br.

[3] Professor Titular do Departamento de Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), da Universidade Estadual Paulista (UNESP), “campus” de Rio Claro, São Paulo, Brasil. - e-mail: ibicudo@rc.unesp.br.

acordo quanto a natureza do saber Matemático. Antes de Kant, na História da Filosofia da Matemática, é possível obter duas posições:

(i) a daqueles que buscaram fundamentar o saber Matemático, inteiramente, na razão. Dizemos que nesse grupo há prevalência do aspecto Lógico do conhecimento.

(ii) a daqueles que buscaram fundamentar o saber Matemático, exclusivamente, na intuição ou experiência. Dizemos que nesse grupo é privilegiado o aspecto intuitivo[4] do conhecimento.

No primeiro grupo estão, por exemplo, o realismo Platônico, o idealismo de Descartes e o racionalismo de Leibniz. Uma breve descrição dessas posições é, em seguida, apresentada.

Na teoria de Platão (427-347 a.c.) existem, separadamente, dois lugares (topoi): o sensível e o inteligível. Ambos os lugares são representados, na alegoria da linha, respectivamente, por dois segmentos desiguais, cada um dos quais recebe uma nova seção, obedecendo a mesma proporcao. O primeiro segmento, pertencente ao lugar visível, corresponde as imagens dos objetos materiais[5]. O segundo consiste nos próprios objetos materiais. Semelhantemente, sobre a seção da linha que representa o mundo inteligível, a primeira corresponderá a imagens de objetos reais, e a segunda, aos próprios objetos reais, ou seja, às Idéias[6]. No primeiro segmento do mundo inteligível, a alma serve-se dos originais do mundo visível, procedendo, a partir de hipóteses, não rumo a um princípio, mas a uma conclusão. A tal parte pertencem as noções Matemáticas ou dianoéticas. A outra parte do inteligível leva a um princípio não hipotético, o Bem, e é atingida por meio exclusivo das ideias tomadas em si próprias, portanto, sem o auxílio das imagens utilizadas no caso anterior; tal parte corresponde a Dialética. Observamos que nesse esquema a Matemática é considerada como ciência propedêutica à Dialética, e que as noções Matemáticas, apesar de não constituirem ideias puras, refletem tais ideias, e possuem seus protótipos no domínio das realidades eternas.

[4] Embora o termo intuitivo possa tomar diversos significados, neste trabalho esse termo esta significando um dos sentidos estabelecidos por Kant, a saber, que o intuitivo é um conhecimento de apreensão imediata, sem intermediário, podendo ser de origem empírica (conhecimento empírico) ou *a priori* (conhecimento que não depende da experiência).

[5] Platão denomina imagens as sombras, os reflexos e todas as representações similares.

[6] As ideias são as essências existentes das coisas do mundo sensível. Cada coisa no mundo sensível tem sua ideia no mundo inteligível.

ISBN 978-85-89082-23-5

eles [os matemáticos] se servem de figuras visíveis e raciocinam sobre elas, pensando não nessas figuras mesmas, porém nos originais que reproduzem; seus raciocínios versam sobre o quadrado em si e a diagonal em si, não sobre a diagonal que traçam, e assim no restante (. . .) servem-se como outras tantas imagens para procurar ver estas coisas em si, que não se vêem de outra forma, exceto pelo pensamento. (Platão, 1973, p. 101).

Desta forma, aqueles que se aplicam as ciências matemáticas são obrigados a fazer uso do raciocínio e não dos sentidos.[7]

Assim, na teoria de Platão, tudo o que o mundo oferece aos sentidos é considerado como falso e ilusório; somente as ideias são verdadeiras. A ciência deve ter por objeto o ser real, isto é, as ideias; e nosso conhecimento consiste em elevar-nos por meio da Dialética do mundo sensível a uma intuição intelectual desse mundo supra-sensível, composto de Ideias.

Com isso, infere-se, que, no realismo Platônico, além de haver uma clara separação entre o mundo sensível e o mundo inteligível, o conhecimento permanece unicamente no mundo inteligível.

A filosofia moderna tem seu início com Descartes (1596-1650), o qual, inspirado na Matemática[8], buscou formular um método seguro que permitisse o desenvolvimento de toda ciência. Para tal, tomou os seguintes preceitos lógicos: (i) apenas aceitar como verdadeiro aquilo que se apresente evidentemente[9] como tal; (ii) decompor uma ideia complexa em seus elementos simples; (iii) partir das ideias simples às complexas, através da dedução[10]; (iv) fazer revisões para garantir a certeza de nada ter omitido.

Assim, em seu método, Descartes concebeu como únicas fontes do conhecimento a intuição e a dedução, ambas compreendidas como operações de nosso entendimento.

---

[7] Cf. Platão, 1973, p. 101.

[8] Considerava a Matemática Universal como a ciência geral que explica tudo o que se pode investigar acerca da ordem e da medida, e sobrepuja em utilidade e facilidade as outras ciências que lhe estão subordinadas. Relaciona-se a essa Matemática, tudo aquilo em que apenas se examina a ordem e a medida, independente de se referir a números (como no caso da Aritmética), figuras (como no caso da Geometria), astros (como no caso da astronomia), sons (como no caso da música), etc.

[9] A evidência consistindo na intuição intelectual de uma ideia clara e distinta. Por intuição intelectual Descartes entendeu o conceito da mente pura, que nasce apenas da luz da razão e na qual não se propaga nenhuma dúvida.

[10] A dedução foi compreendida como aquilo que se conclui necessariamente de outras coisas conhecidas com certeza. (Cf. Descartes, 1989a, pp. 78 e 81).

Esse filósofo entendeu o mundo sensível como composto de pensamentos obscuros e confusos, que davam margem à dúvida. Para ele, apenas das coisas puramente simples e absolutas é que se pode ter uma experiência certa; por esse motivo, refutou a experiência como fonte de conhecimento.[11]

À Matemática a Filosofia Cartesiana proporcionou um alto poder de generalização e, consequentemente, de ampliação. Isso ocorreu, principalmente, na Álgebra Simbólica e nas interpretações geométricas da Álgebra. A Álgebra Formal, que vinha progredindo desde a renascença, tem seu ponto culminante em sua obra "*La Géométrie*".[12] Tal obra marca o início da Matemática Moderna, visto que favoreceu o advento de novas criações, entre elas, o próprio cálculo infinitesimal.[13]

A Ciência, em Descartes, é, portanto, fundamentada em princípios racionais e lógicos, e, portanto, a razão é empregada como um ser ideal.

Embora haja muitas diferenças entre o realismo Platônico e o idealismo de Descartes, do ponto de vista dos aspectos lógico e intuitivo do conhecimento, há uma semelhanca, a saber, ambas (correntes filosóficas) desconsideraram o que jaz no mundo sensível como fonte de conhecimento.

Também para o matemático alémao Leibniz (1646-1716), a certeza do conhecimento não pode ser oriunda da experiência, mas jaz unicamente na razão.[14]

A experiência proporciona as verdades de fato, que são confusas e obscuras. O ideal do conhecimento e o conhecimento necessário, o qual nos fornece as verdades da razão, que sao inatas, virtualmente impressas e independentes da experiência.

O que vamos conhecer na vida já está dado e contido em nossa própria alma.[15] Assim, tal como no platonismo, aprender Matemática consiste em fazer acordar a Matemática que esta latente em cada um de nós.[16]

Leibniz considerou que o conhecimento será cada vez mais racional quanto mais for Matemático. A necessidade das descobertas em Matemática é vista a partir de sua forma: "o conhecimento que não é evidente por si mesmo se adquire através de

[11] Cf. Descartes, 1989a, p. 12.
[12] Nesse seu trabalho, Descartes inicia a algebrização de construções com régua e compasso, o que deu origem a um novo campo na Matemática, a saber, a geometria analítica.
[13] Cf. Descartes, 1947.
[14] Cf. Leibniz, 1996, p.371.
[15] Cf. Leibniz, 1996, p.22.
[16] Cf. Leibniz, 1996, pp. 389-390.

consequências, as quais so são corretas quando possuem sua forma devida."[17]

Nessas três correntes há uma característica comum, a saber, a valorização, na Constituição do saber Matemático, da razão em detrimento da intuição sensível.

Entretanto, também antes de Kant há o segundo grupo, caracterizado por possuir uma posição contrária da descrita acima, ou seja, por enfatizar a intuição sensível em detrimento da razão. Nesta linha destacam-se os trabalhos Newton, Locke, Berkeley e Hume. Uma breve descrição dessas posições é apresentada abaixo.

Para o filósofo-matemático Newton (1643-1727), a ciência constitui-se em um corpo de verdades absolutamente seguro a respeito do mundo natural.

A Matemática tinha por fim propiciar uma explicação para os fenômenos observados, e deveria moldar-se em função da experiência; por esse motivo, não concebeu, na Matemática, a existência de certezas absolutamente *a priori*. As leis matemáticas eram não somente dedutíveis dos fenômenos físicos como também verificáveis por meio de tais fenômenos. Assim, a experiência era, para Newton, não unicamente a condição inicial, como também a condição final de todo conhecimento, ou seja, a certeza do conhecimento encontra-se na experiência, sendo a Matemática sujeita a essa última.

O empirista inglês Locke (1621-1704) também buscou alicercar o conhecimento, exclusivamente, na experiência. Concebeu que todas nossas ideias são derivadas ou da *sensação* (experiência exterior) ou da *reflexão* (experiência interior).

Nossa observacao empregada ou sobre objetos sensíveis externos ou sobre operações internas de nossas mentes, percebidas ou refletidas por nós mesmos, é o que supre nosso entendimento com todo o material do pensamento.

Considerou o conhecimento intuitivo como o mais claro e o mais seguro, a certeza dos demais conhecimentos. Por outro lado, o conhecimento demonstrativo foi concebido como um conhecimento obscuro, por não proporcionar, segundo sua teoria, uma certeza imediata[18].

Em particular, essa foi sua concepção com respeito ao saber matemático. Acreditava que esse conhecimento não é apoiado, nem derivado dos axiomas, mas obtido por meio da comparação de ideias claras e distintas e, portanto, é fundamentado

[17] Cf. Leibniz, 1996, p.491.
[18] Cf. Locke, 1980, p.310.

ISBN 978-85-89082-23-5

na intuição, e não no raciocínio discursivo[19].

O filósofo Berkeley (1685-1753) pretendeu reduzir o conhecimento à vivência ou à percepção. Em sua filosofia, não existe nenhuma outra substância além da espiritual ou do ser que percebe. Assim, as ideias não existem por si sós, suas existências consistem em serem percebidas. E através da experiência que temos, da série e sucessão de ideias em nosso espirito, que podemos formar predições bem fundamentadas e seguras referentes às ideias que nos afetarão no futuro. As leis (ou regras) gerais são baseadas na analogia e uniformidade dos efeitos naturais. Também a Matemática possui existência apenas no espirito e, portanto, os objetos dessa ciência devem ser percebidos.[20] Em virtude de tal concepção, contestou o uso de ideias gerais abstratas e a crença na existência de objetos fora do espírito, considerando-os como fontes de erros e dificuldades.[21]

Ainda temos, nessa linha, a filosofia de Hume (1711-1776), para o qual a única fundamentação sólida que podemos fornecer à ciência humana é a experiência e a observação.

O pensamento é constituído de percepções, as quais se reduzem a duas classes distintas: (i) as impressões, que são os elementos primitivos da experiência; (ii) os pensamentos (ou as ideias), que são cópias de nossas impressões.

As impressões são percepções fortes e vivas, enquanto as ideias sao percepções fracas e obscuras. Sua conduta é a de tomar as ideias e analisá-las à procura da impressão da qual procedem. Entendeu por prova os argumentos derivados da experiência que não davam lugar a dúvida ou a oposição. Tais argumentos são fundamentados exclusivamente no hábito: é de um certo número de experimentos uniformes que inferimos[22] uma conexão entre as qualidades sensíveis e os poderes ocultos. As ideias abstratas ou gerais são consideradas imperfeitas, quando não são adquiridas por meio do hábito das relações entre as ideias particulares.[23]

E possível, então, afirmar que o mundo de Hume é um mundo sem razão, sem lógica, pois o costume, ou o hábito, é o último princípio que se pode assinalar em todas as nossas conclusões derivadas da experiência.

---

[19] Cf. Locke, 1980, pp. 358 e 378.
[20] Cf. Berkeley, 1980, p.437.
[21] Cf. Berkeley, 1980, p.431.
[22] Tal inferência não é intuitiva, nem demonstrativa, e sim causal.
[23] Cf. Hume, 1981, pp. 83, 110,111.

ISBN 978-85-89082-23-5

Assim, a Matemática, para os empiristas, esta sujeita à experiência e, portanto, não toma a posição de privilégio que tinha no idealismo de Descartes ou no racionalismo de Leibniz, nem de ciência propedêutica, como no realismo de Platão.

Disso tudo surge a questão: será que em algum momento os aspectos intuitivo e lógico foram ambos considerados importantes na constituição do saber matemático?

O que se pode constatar a esse respeito é que Aristóteles (384-322 a.c), em seu realismo, pretendeu desfazer a dualidade entre o sensível e o inteligível, presente na teoria de Platão. Entendeu que os conceitos reproduziriam as estruturas inerentes aos próprios objetos. Concebeu que a partir do mundo sensível as formas inteligíveis seriam extraídas por abstração. Tal processo se efetua mediante os seguintes passos:

(i) o ponto inicial é a realidade; as abstrações são feitas, a partir da base, levando em consideração as características comuns dos 'objetos';

(ii) na elevação de um nível para o seguinte posterior, os objetos são agrupados a partir de suas classes de equivalências;

(iii) o conceito genérico, significando todas as determinações nas quais os objetos estão de acordo, é o supremo da pirâmide e diz respeito à representação abstrata da coisa.

O processo de abstração aristotélico foi denominado por Cassirer (1953) de 'piramide conceitual', pois o conhecimento, apesar de nascer do mundo sensível, separa-se cada vez mais deste, e o conceito, propriamente, é analogo à ideia de Platão.

Assim, mesmo no realismo aristotélico, o conhecimento universal é visto como superior às sensacoes e à intuição.

É em Kant que se verifica, de fato, uma posição intermediária, ou seja, nem extremamente empirista, nem extremamente racionalista. O idealismo transcendental de Emanuel Kant (1724-1804) surge como uma crítica tanto ao empirismo quanto ao racionalismo, defendendo que a ciência não pode ser constituída por juízos analíticos[24], como queria Leibniz, pois, se assim o fosse ela seria vã; e, por outro lado, a ciência também não pode ser constituída por juízos sintéticos[25], como queria Hume, pois, dessa

[24] Os juízos analíticos em Kant são aqueles nos quais o conceito do predicado está contido no sujeito. Tais juízos jazem no princípio da identidade, pois o predicado, contido no sujeito, não fará mais que repetir aquilo que há no sujeito. Tais juízos são verdadeiros em virtude de sua forma.

[25] Os juízos sintéticos são aqueles nos quais o conceito do predicado não está contido no conceito do sujeito, i. e., acrescentam ao conceito do sujeito um predicado que nele não está pensado e dele não

forma, não seria ciência, mas um costume sem fundamento, não teria validade necessária e universal.

Enquanto racionalistas e empiristas centravam sua atenção no objeto a conhecer, Kant centra-a sobre o sujeito. O conhecimento, em Kant, e uma elaboração do sujeito e resulta da conjunção de intuições (fornecidas pela sensibilidade) e de conceitos (fornecidos pelo entendimento). A intuição nos permite apreender o objeto, representá-Io; o conceito nos permite, através dessa representacao, pensá-lo.

Assim, todo conhecimento, em Kant, parte da experiência (trata-se aqui do que denominou de sintético); entretanto, o conhecimento deve tornar-se independente da experiência, pois a ciência deve ser universal e necessária (essas são as condições *a priori* do conhecimento). Os juízos científicos, em particular os da Matemática, são, pois, de natureza sintética e *a priori*.

Há, entao, na filosofia kantiana uma tentativa de se considerar, equilibradamente, na constituição do conhecimento, ambos os aspectos: o intuitivo e o lógico. Entretanto, apesar de tal tentativa, depois de Kant a experiência é novamente posta de lado. É o que sucedeu também na Filosofia da Matemática, como segue.

No início do século XIX, firmam-se três correntes filosóficas que pretendem dar conta da natureza do conhecimento matemático, a saber, o logicismo, o formalismo e o intuicionismo. Tais correntes possuíam como característica comum o abandono da experiência como fonte de conhecimento.

No logicismo, destacam-se Frege (1848-1925) e Russell (1872-1970).

O primeiro pretendia reduzir a Aritmética a Lógica, pois se isso acontecesse, como havia ocorrido com a aritmetização da análise, toda a Matemática Clássica estaria reduzida à Lógica.

Frege considerou a Aritmética um corpo de verdades analíticas e *a priori*, significando que os únicos princípios exigidos para as afirmações aritméticas são os da Lógica. Concebeu o número como um objeto lógico, ideal, não tendo existência espaco-temporal, cujo acesso se dá unicamente por meio da razão.

No logicismo de Frege, há uma busca pelo predomínio total, na Aritmética, do aspecto lógico do conhecimento; e, em consequência, exclui-se o aspecto intuitivo. Russell apresentou uma postura mais radical, a de reduzir toda a Matemática à Logica.

poderia ser extraído por qualquer tipo de decomposição. Tais juízos são fundamentados na experiência. (percepção sensível)

ISBN 978-85-89082-23-5

Adotou a posição de que o mundo existe independente de nossa percepção.

Para esse Matemático, as verdades matemáticas são verdades lógicas (produtos de convenções linguísticas) e, portanto, não dizem respeito ao conhecimento empírico e também não podem expressar conhecimento subjetivo.

Já no formalismo, as coisas existem desde que novos conceitos e novas entidades possam ser definidos sem contradição. O formalismo foi concebido por Hilbert (1862-1943) como um modo de defender o método axiomático e garantir a consistência nas investigações em Matemática. Acreditou que, analisando processos e conceitos matemáticos, e representando-os por um simbolismo apropriado, como uma lógica simbólica, poderíamos ser capazes de demonstrar que, a partir de fórmulas fundamentais e regras apoiadas pela manipulação de símbolos, nunca obteríamos uma fórmula que levasse a uma contradição. Com o formalismo, a Matemática é reduzida a uma coleção de fórmulas.

No intuicionismo, a Matemática, em sua formação abstrata, é considerada puramente intuitiva, e independente da Lógica. Toda Matemática pode ser derivada de séries fundamentais de números naturais por meio de métodos construtivos "intuitivamente claros". Nessa filosofia, a finguagem e outros aparatos simbólicos, inclusive a Lógica, não são instrumentos matemáticos, mas meios de comunicação das ideias matemáticas e, portanto, deixam de ser básicos à Matemática. Desta forma, o intuicionismo, ao enfatizar o aspecto intuitivo, desvaloriza o aspecto lógico, reduzindo o conhecimento matemático ao conhecimento subjetivo.

O fato é que, embora essas três correntes tenham tentado fornecer à Matemática uma fundamentação sólida, todas falharam em seus propósitos[26], e a natureza do saber matemático é novamente questionada.

O que se conclui, após esta análise histórico-filosófica do conhecimento, é que a visão dos aspectos intuitivo e lógico sempre como excludentes leva fatalmente a um fracasso; e por isso defende-se que ambos são importantes na constituição do saber matemático e devem ser considerados equilibradamente. Ademais, o processo pelo qual essa constituição se dá não é estático e, sim, dinâmico (dialético), tomando a forma de uma espiral. é necessário haver em cada um dos níveis dessa espiral um equilíbrio entre os aspectos lógico e intuitivo. Assim, não se pode dizer que o intuitivo precede o lógico

[26] Cf. Snapper, 1979.

ISBN 978-85-89082-23-5

ou que o lógico precede o intuitivo, tomando apenas um deles uma posição privilegiada, mas que o intuitivo apóia-se no lógico e vice-versa, em níveis cada vez mais elaborados.

Tal proposta vai ao encontro do atual movimento da Filosofia da Matemática de se buscar uma aproximação entre a Matemática e as ciências empiricas; e tambem da refutação de que o conhecimento matemático constitui um conhecimento absoluto.[27]

Reflexoes sobre a Educação Matemática

Que significado esta proposta teria para o ensino e a aprendizagem da Matemática? A respeito dessa questão, e possível, neste momento, apresentar as seguintes considerações:

(i) Os rumos tomados pela Filosofia da Matemática parecem influenciar os tomados pela Filosofia da Educação Matemática.

Isso é apontado, por exemplo, por René Thorn (1971) ao dizer que: “whether one wishes it or not, all mathematical pedagogy, even if scarcely coherent, rests on philosophy of mathematics”. Há, também, com respeito a esse ponto de vista, o trabalho de Paul Ernest, em seu livro “The Philosophy of Mathematics Education”, que inclui, entre os componentes para analisar as crenças do professor de Matemática, sua visão a respeito da natureza da Matemática[28]. Condizente com a realidade de nosso país, existe o estudo realizado por Fiorentini (1995), que, baseado na confluência de vários movimentos que ocorreram historicamente no Brasil, aponta seis tendências em Educação Matemática, a saber, a formalista clássica (vigorou ate final da década de 50), a empírico ativista (difundida nas décadas de 60 e 70), a formalista moderna (após 1950), a tecnicista e suas variações, a construtivista (década de 60 e 70) e a socioetnocultural (mais atual); dois dos elementos para essa classificaçãoo foram: a concepção de Matemática e a crença de como se dá o processo de obtenção, produção e descoberta do conhecimento matemático; ambos estão vinculados a uma filosofia da Matemática[29]. Por exemplo, a tendência formalista clássica caracterizava-se pela ênfase às ideias e formas da Matemática Clássica, sobretudo ao modelo euclidiano e a concepção platônica de Matemática; a empirico-ativista concebe que o conhecimento

[27] Nessa busca, Silva (1999) destaca os trabalhos de Quine e Lakatos.
[28] Cf. Ernest, 1991, pp. 135-136.
[29] Os demais componentes foram: as finalidades e valores atribuídos ao ensino de Matemática, a concepção de ensino, a concepção de aprendizagem, a cosmovisão subjacente, a relação professor-aluno e a perspectiva de estudo e pesquisa com vistas à melhoria do ensino de Matemática.

Matemático emerge do mundo físico, é extraido pelo homem através dos sentidos e encontra suas raízes no empirismo de Locke.

(ii) O movimento presente na Filosofia da Matemática, de se reconsiderar o empirismo, também é notado nas principals frentes da Educação Matemática, que tem enfatizado a necessidade de o saber Matemático estar vinculado com a realidade. Por exemplo, a tendência socioetnocultural defende que o ensino de Matemática teria que ter como finalidade a desmitificação e a compreensão da realidade[30]. Nessa direção, a metodologia de modelagem matemática pode ser concebida como um processo dinâmico de descrever matematicamente uma situação real.[31]

Com isso, uma investigação mais aprofundada a respeito dos reflexos da Filosofia da Matemática na Filosofia da Educação Matemática e da viabilidade da referida proposta no âmbito da Educação Matemática, parece, de fato, ser pertinente.

Bibliografia

ARISTÓTELES. **Organon IV: analíticos posteriores**. Trad, e Nota P. Gomes, Guimarães editores, Lisboa, 1987.

BERKELEY, G. **The Principles of Human Knowledge**. Enciclopedia Britanica ‘Great Books’, 1980.

BICUDO, I. Platão e a Matemática. **Revista Letras Clássicas**, n.2, pp.301 -315, 1998.

BICUDO, I. “História da Matemática: o pensamento da filosofia grega antiga e seus reflexos na Educação Matemática do mundo ocidental” in **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas - São Paulo, editora UNESP, 1999, pp. 117-127.

BORBA, M.C.; MENEGHETTI, R.C.G.; HERMINI, H.A. “**Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na Sala de Aula de um Curso de Ciências Biológicas**” periódico: Série Reflexões em Educação Matemática - MEM/USU (Universidade de Santa Úrsula) - vol. 6; Rio de Janeiro, editora Art.Bureau, 1999a, pp.75-93.

BORBA, M.C.; MENEGHETTI, R.C.G.; HERMINI, H.A. “**Estabelecendo Critérios para avaliação do uso da modelagem em sala de aula: Estudo de Caso em um curso de ciências biológicas**” periódico: Série Reflexões em Educação Matemática - MEM/USU (Universidade de Santa Úrsula)- vol. 6; Rio de Janeiro, editora Art.Bureau, 1999b,pp.95-113.

BURTT, E.A. **As Bases Metafísicas da Ciência Moderna**. Trad. J. Viegas Filho e O. A. Henriques. Revisão P. C. Moraes. Editora Universidade de Brasilia, 1991.

[30] Cf. Fiorentini, 1995.
[31] Cf. Borba, Meneghetti & Hermini, 1999b.

C ASSIRER, E. **Substance and Function-and Einstein's Theory of Relativity**, Dover Publications Inc., 1953.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade a ação. Reflexões sobre Educação (e) Matemática**. São Paulo, Summus, 1988.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: um programa** - Educação Matemática em Revista - SBEM- ano I, n.l- 2o semestre de 1993.

D'AMBROSIO, U. **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática**, in Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas - Sao Paulo, editora UNESP, 1999, pp.97-115.

DAVIS, PJ.& HERSH, R. **O Sonho de Descartes**. Trad. Mario C. Moura, Ed. Francisco Alves, Rio de Janeiro, 1988.

DESCARTES, R **Regras para a Direcção do Espírito**. Trad. J. Gama. Lisboa, edicoes 70, 1989a.

DESCARTES, R **Discurso do Método**. Trad. E. M. Marcelina. Comentários D.Huiman. Editora Atica, 1989b.

ERNEST, P. **The Philosofy of Matthematics Education**, Bristol: The Farmer Press, 1991.

FIORENTINI, D. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil, **Revista Zetetiké**, ano 3, n.4, 1995.

FREGE, G. **The Foundations of Arithmetic**. English Translation by J. L. Austin. M.A- Basil Blackwell- Oxford, 1959.

FREGE, G. **Os Fundamentos da Aritmética**. Trad. L.H. Santos, Coleção 'Os Pensadores', v.6, Sao Paulo, Abril, 1983.

HILBERT (1927). The Foundations of Mathematics. In: Heijenoort, V. **From Frege to Godel**: A Source Book Mathematical logic 1879-1931. Havard University Press, Cambridge, Maddschutts, 1971, pp. 464-479.

HUME, D. **Tratado de la Natureza Humana**. Editora Nacional, Madrid, edição preparada por Felix Duque, 1981.

HUME, D. **An Enquiry Concerning Human Understanding**. Enciclopédia Britânica 'Great Books', 1980.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura**. Trad. M. P. Santos e A. F. Morujão. Introdução e notas de A. F. Morujão. Fundação Caloute Gulbenkian, Lisboa, 4a edição, 1997.

LEIBNIZ, G. W. **Novos Ensaios Sobre o Entendimento Humano**. Trad. Luiz João Baraúna, Coleção "Os Pensadores" Editora Nova Cultural Ltda, 1996.

LOCKE, J. **An Essay Concerning Human Understanding**. Enciclopédia Britânica 'Great Books', 1980.

LOCKE, J. **Ensaio Acerca do Entendimento Humano**. Trad. Anoar Aiex. Nova Cultural, 1997.

MIGUEL, A. "A Constituição do paradigma do Formalismo Pedagógico Clássico em Educação Matemática", **Revista Zetetiké**, ano3, n.3/1995, pp.7~39.

MORENTE, M.G. **Fundamentos de Filosofia**. Editora Mestre Jou, Sao Paulo, 1970.

PALACIOS, A.R., PALACIOS, A. G. **Geo-Home-Trío & Geometría**: Matemática e Filosofia. Editorial Lumen, Argentina, 1999.

PLATÃO. **A República**. Intr. e nota R. Baccou. Trad. J.Guinsburg. São Paulo, Difusão Européia do Livro, 1973.

PLATÃO. **A Republica**. Livro VII. São Paulo: Editora Universidade de Brasília/Ática, 1989.

RUSSELL, B. **Principles of Mathematics**. Cambridge University Press, Cambridge, 1903.

SILVA, J.J. "Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação Matemática" In: **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas - São Paulo, editora UNESP, 1999, pp. 45-58.

SNAPPER, E. **The Three Crises in Mathematics**: Logicism, Intuicionism and Formalism. Math. Mag. vol. 52, n.4, September 1979, pp.207-216.

SOUZA, A. C.C.; O reencantamento da razão: ou pelos caminhos da teoria histórico-cultural, in **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas - São Paulo, editora UNESP, 1999, pp. 137-149..

TILES, M. **Mathemeiics and the Image of Reason**. Routledge, London and New York, 1991.

WHITEHEAD,A.N. and Russell, B. Principia Mathematica. In: HEIJENOORT, V.: **From Frege to Gödel**: A Source Book Mathematical logic 1879-1931. Havard University Press, Cambridge, Maddschutts, 1971.

WILDER, R.L. **Introdution to The Foudations of Mathematics**. Second edition, Wiley International Edition- John Wiley & Sons. Inc. New York-London-Sydney, 1965.