



A Transposição Didática dos Cardinais e Ordinais: relação ensino e Ciência¹²

Renata Cristina Geromel Meneghetti³

Resumo

Considerando-se que no ensino elementar, e mesmo na cultura, os conceitos de cardinais e ordinais (C&O) são distintos (Cf. KAMII, 1991) e na Matemática esses conceitos, para o caso finito, se identificam (Cf. HALMOS, 1970), encontra-se aí uma contradição entre o saber científico e sua transmissão. Na nossa pesquisa procuramos entender como essa contradição se sustenta dentro do sistema de ensino, baseados na teoria da Transposição didática de CHEVALLARD (1989). A pesquisa é qualitativa e utilizamos como instrumentos de pesquisa: entrevistas com professores, observações de aulas, análise de propostas curriculares e livros didáticos. Por meio de Freudenthal, apresentamos, no final, uma proposta didática para o ensino de C&O com um correspondente respaldo matemático.

Abstract

While in the elementary education and even in common sense knowledge, the concepts of cardinal and ordinal are distinct (Cf. KAMII, 1991), in mathematics they coincide, for the finite case (Cf. HALMOS, 1970). So we find a contradiction between the scientific knowledge and its transmission. In our research we try to understand the reasons for such a contradiction, using Chevallard's theory of Didactical Transposition (1989). The research is qualitative and our research tools were: interviews with teachers, classroom observations and analysis the curricular proposals. As a contribution, we suggest, following some ideas of Freudenthal, a way of teaching those concepts, wich is in accordance with mathematical knowledge.

Nosso estudo *SOBRE A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DOS CARDINAIS E ORDINAIS* iniciou-se em 1991. Na ocasião, participando de um estágio de iniciação científica, fomos levados a estudar o livro de Halmos “Teoria Ingênua dos Conjuntos”. Deparamo-nos com as definições de cardinais e ordinais (C&O) que nos levavam a concluir que, se essas fossem restritas aos números finitos, não haveria distinção entre C&O. Por outro lado, parecia-nos estranho, no ensino elementar, a identificação de 3 e 3°, por exemplo. Então, perguntávamos: será que realmente no ensino elementar $3 = 3^\circ$?

¹ Digitalizado por Aline Mendes Penteadó, Juliana França Viol e Mirian Maria Andrade, alunas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro.

² Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista - UNESP, campus de Rio Claro, 1995. Orientadora: Prof.^ª Dr.^ª Maristela Veloso Bernardo. Co-orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino. Versões preliminares desse artigo foram apresentadas no V ENEM, Aracaju-SE, 1995; no 19º PME, Recife - 1995 e no IV EPEM, São Paulo, 1996.

³ Professora do Departamento de Matemática – USP - São Carlos.

Se assim fosse, então como justificar a distinção que tínhamos em mente, aquela que formáramos no decorrer de nossas vidas e que, pelo que lembrávamos, era derivada da aprendizagem escolar? Ainda com a preocupação de eliminar um ponto de vista que pudesse ser pessoal – próprio do nosso ver – fomos em busca do dado empírico por meio das entrevistas. Aqui vale a pena registrar que já nestas primeiras entrevistas, ainda constituintes do piloto, pudemos encontrar respostas do tipo: “Três é um número cardinal e terceiro é um número ordinal. Tem uma diferença.”

Isso nos despertou bastante interesse, pois se mediante os conceitos matemáticos de números ordinais e cardinais, esses coincidem (no caso de números finitos), então perguntávamos que elementos teríamos para trabalhar com esses conceitos nas séries iniciais? Como fundamentá-los? Buscando resposta a essas perguntas, constatamos, em Piaget (1975) e Kamii (1991), que as idéias de ordem e quantidade são tidas como psicologicamente distintas.

De acordo com esses autores, há uma dependência entre ordem e quantidade. Para se entender a ordem é necessário entender a quantidade, e para se entender a quantidade é necessário entender a ordem. Enquanto não se coloca ordem e quantidade “numa única relação”, esses conceitos são concebíveis como distintos. Então, num certo momento, a distinção faz-se necessária.

Portanto, os conceitos de C&O (no caso finito) são matematicamente idênticos e psicologicamente distintos. A medida que compreendíamos isso, crescia nossa preocupação: como este fato repercute no ensino?

Na hipótese de, no ensino elementar, 3 ser diferente de 3°, teríamos um problema de transmissão de conhecimento, ou seja, aquilo que estaria sendo feito no ensino elementar não encontraria respaldo científico. Nesse sentido, haveria uma “contradição” entre o conhecimento ensinado e o conhecimento científico. A contradição existe no sentido dialético, onde as relações envolvidas são dependentes de significados e não puramente formais, de modo que a negociação de “alguma coisa” não leve ao seu cancelamento abstrato, mas à criação de um conteúdo mais abrangente, novo e superior. (BOTTOMORE, 1983, p.80).

Nesse sentido, nosso estudo é caracterizado como uma tentativa de se chegar à criação desse conteúdo mais abrangente no que se refere ao ensino de C&O. A contradição está nas enunciações, não nos enunciados.

O fato de ser central a preocupação em examinar o relacionamento entre C&O como conhecimento matemático, ou saber dos matemáticos e a sua transmissão, ou saber ensinado (pois acreditávamos que por meio desse caminho conseguiríamos analisar a contradição apontada), levou-nos a utilizar o conceito de transposição didática de CHEVALLARD (1989) como uma possibilidade de entender o fenômeno em questão.

A transposição didática constitui-se no trabalho de fabricação do saber ensinado a partir do saber erudito (Cf. CHEVALLARD, 1989; ARSAC, 1992; ASSUDE, 1992a, 1992b). Segundo Chevallard (1989), o saber ensinado deve procurar satisfazer dois tipos de legitimidade: a *legitimidade educativa* e a *legitimidade epistemológica* (CHEVALLARD, 1989, p.63). A legitimidade educativa diz respeito aos anseios sociais e a epistemológica refere-se a uma garantia científica. Portanto, o saber ensinado deve ao mesmo tempo satisfazer aos anseios sociais e à esfera erudita. No caso de C&O (ensino elementar), por não ter uma referência na esfera erudita, este conhecimento apresenta-se com problema de Legitimidade (PL), a saber, legitimidade epistemológica.

Em nossa pesquisa procuramos entender como essa contradição se sustenta dentro do sistema de ensino.

Arsac (1992) nos coloca que muitas vezes há uma separação entre o conteúdo de ensino e o saber erudito. Isso ocorre devido a determinados *constrangimentos*⁴ (ARSAC, 1992, p.10) que pesam sobre o sistema de ensino. No nosso caso, ficamos atentos em verificar quais são os constrangimentos que pesam no funcionamento do ensino de C&O para que esses não sejam notados como contraditórios diante do saber erudito.

Na apresentação da teoria da transposição didática, Chevallard utiliza termos ecológicos. Assim, teremos três ecossistemas⁵ fazendo-se presentes na transposição didática de um conhecimento, a saber: a esfera sábia, o sistema de ensino e a noosfera (CHEVALLARD, 1989, p.46). A *noosfera*⁶ designa “tudo” e “todos” que pensam sobre o sistema de ensino e que de alguma forma dele participam, mesmo que longinquamente. Ela é um ecossistema intermediário entre os outros dois, a esfera sábia

⁴ Optamos por traduzir “contrainte” do Francês por constrangimento para conservar o sentido que esse termo tem em Chevallard.

⁵ Ecossistema é a comunidade e o ambiente não vivo, funcionando juntos (Cf. ODUM, 1988, p.9)

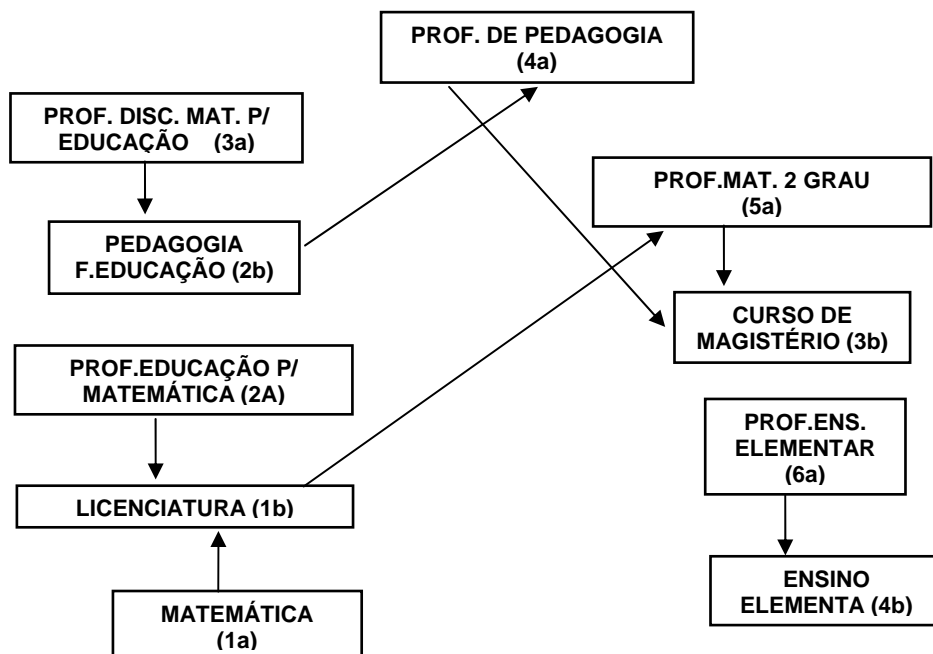
⁶ *Noosfera* (do grego noos, mente), mundo dominado pela mente humana, como substituindo gradativamente a biosfera, o mundo da evolução natural que existe há bilhões de anos. (Cf. ODUM, p.33)

e o sistema de ensino, e é caracterizada por sua função dentro do sistema de ensino. O sistema de ensino se define pela função de transmissão do conhecimento em qualquer grau: nele acontece a relação professor, aluno e saber.

Para analisarmos a transposição didática é necessário também verificar, no sistema de ensino, o lugar em que os conceitos de C&O aparecem. Segundo a terminologia de Chevallard, trata-se de localizar o “habitat” de tal objeto.

Com o objetivo de localizar o “habitat”⁷ de C&O nós delineamos o seguinte quadro:

Quadro em sincronia: C&O (C/O) - análise da Transposição Didática



Explicação do quadro

Para averiguar como se dá a sustentação do problema da falta de legitimidade de C&O, tivemos que percorrer os três níveis de ensino (1º, 2º e 3º graus), atentos em verificar a transformação do conhecimento científico em conhecimento ensinado sobre C&O. O quadro aponta um possível caminho de C&O, com o “habitat” se estendendo do saber científico ao saber ensinado. Os símbolos **a** e **b** referem-se aos professores e

⁷ “habitat de um organismo é o lugar onde ele vive, ou lugar onde alguém iria procurá-lo.” (ODUM, 1988, p.254)

aos cursos, respectivamente. Assim, o quadro nos aponta os seguintes cursos: 1b– Licenciatura Matemática; 2b– Pedagogia; 3b– Magistério; 4b– Ensino Elementar. Associados a esses cursos estão os seguintes grupos de professores: 1a– Os Matemáticos (incluindo professores e pesquisadores); 2a– Professores da Educação que lecionam na Matemática; 3a– Professores de Matemática que lecionam no curso de Pedagogia; 4a– Professores de Pedagogia que lecionam no Magistério; 5a– Professores de Matemática que lecionam no Magistério; 6a– Professores do Ensino Elementar.

As setas indicam o próprio percurso da transposição didática de C&O. O saber científico vai sendo “transmitido” para se transformar em saber ensinado. Assim, a trajetória apontada pelo quadro inicia-se com a produção científica e encerra-se no ensino elementar. Acreditamos que o relacionamento entre professores e cursos efetua-se da seguinte forma: o conhecimento matemático a respeito de C&O (1a), oriundo da produção científica, é passível de ser transmitido para o curso de Licenciatura em Matemática (1b). Contudo, esse curso não se restringe às disciplinas puramente matemáticas, podendo assim haver uma transmissão desse conhecimento através das disciplinas pedagógicas (2a). O mesmo se dá com o curso de Pedagogia (2b), ou seja, além das disciplinas puramente pedagógicas, há as disciplinas de matemática para a educação (3a). Ambos os cursos formam professores do 2º grau (4a e 5a) que lecionarão no magistério (3b). Finalmente o magistério produz os professores que lecionarão no ensino elementar (6a). E por essa via que acreditamos que se efetue o percurso do saber erudito ao saber ensinado. Além disso, em cada uma das etapas desse percurso estão presentes, de forma considerável, livros didáticos, programas curriculares, etc.

Orientados por esse quadro e tendo por finalidade percorrer os três ecossistemas da transposição didática: esfera erudita, sistema de ensino e noosfera, utilizamos, numa abordagem qualitativa de pesquisa, os seguintes instrumentos: observações de aulas, análise de propostas curriculares, análise de livros didáticos e entrevistas com professores.

Ao analisarmos esses instrumentos de pesquisa, tínhamos o objetivo de verificar quais as estratégias usadas pelos ecossistemas (sistema de ensino, noosfera e esfera erudita), que amparam a atual transposição didática de C&O. Estávamos atentos, principalmente à noosfera, uma vez que a ela compete a maior parte da responsabilidade de movimentar a transposição didática. Em outras palavras, uma vez que a noosfera

funciona como mediadora entre sistema de ensino e esfera erudita, então todas as “façanhas” que possam aparecer refletem o desempenho de seu papel de sustentação.

Sobre o Levantamento e a Análise dos Dados⁸

As Propostas Curriculares e os Planejamentos de curso:

Após esquematizarmos o quadro geral, analisamos as propostas curriculares e os planejamentos de curso com o intuito de verificar no ensino quais seriam as séries em que C&O deveriam ser tematizados, compreendendo assim os níveis de 1º, 2º e 3º graus.

A entrada nas propostas curriculares e planejamentos auxiliou-nos na escolha dos entrevistados e também na elaboração do roteiro. Essa análise foi uma primeira exploração do quadro geral.

Analisamos as propostas curriculares e os planejamentos das disciplinas dos cursos: licenciatura matemática e pedagogia da UNESP-RC. Também as propostas curriculares da SE/CENP para os cursos de 1º e 2º graus e as específicas para o magistério.

Dessa análise obtivemos que:

Há possibilidades das idéias matemáticas de C&O serem abordadas nos cursos de licenciatura matemática e pedagogia.

A proposta da SE/CENP para o 2º grau aborda conteúdos que não estão diretamente vinculados a C&O; já a proposta do magistério não tematiza o conceito do número iniciando com a diferença de número e numeral.

Na proposta da SE/CENP para o 1º grau, C&O aparecem implicitamente em atividades de classificação e seqüenciação e são concebidos como assuntos que conduzirão ao conceito do número.

Portanto, em relação as propostas da SE/CENP, temos que: apesar de C&O serem reconhecidos como necessários para o aprendizado do conceito do número, uma vez que leva-se em conta a estrutura cognitiva do aluno, esses conceitos ou bem não aparecem (proposta 2º grau e do magistério) ou aparecem implicitamente (proposta do 1º grau).

⁸ As conclusões obtidas na análise dos dados, bem como dos quadros apresentados nesta seção, são discutidas no final deste artigo.

As Entrevistas

Ao entrevistarmos os professores, tínhamos o objetivo de colocá-los frente ao problema da transposição didática de C&O (a ausência da legitimidade epistemológica) observando suas reações. Procuramos em cada entrevista introduzir as definições matemáticas de C&O, baseadas na teoria de Zermelo e Fraenkel (Cf. Halmos, 1970), adaptando a exposição de acordo com a possibilidade de entendimento dos entrevistados. A seguir, discutíamos sobre esses conceitos no ensino elementar e então colocávamos a questão: de acordo com essas definições, a matemática não proporciona uma justificção para o que se faz no ensino elementar a respeito de C&O. O que você pensa disso? Ficamos atentos principalmente nas tentativas de soluções que esses professores apresentavam. Entrevistamos 7 professores (A, B, C, D, E, F e G), compreendendo o ensino de 1º a 3º graus, e que se caracterizavam por estarem, direta ou indiretamente, ligados ao ensino de C&O.

Essa investigação permitiu-nos delinear dois quadros: o primeiro sintetiza as tentativas de soluções do problema da legitimidade de C&O apontadas na entrevistas, as quais interpretamos como formas de sustentar a contradição, ou seja, elas refletem a noosfera desempenhando o seu papel de legitimação; e o segundo trata-se das categorias de análise obtidas a partir dessas entrevistas

Soluções para o problema de legitimidade de C&O(PL)	A	B	C	D	E	F	G
Rejeita PL deixa os ordinais para prof. de Língua		X					
Rejeita PL: PL e C&O são irrelevantes		X					
Rejeita PL: omite referência de $C \neq O$	X						
$C \neq O$ baseado na intuição (separa Mat: intuitiva e formal)	X	X		X			
Ensinar $C=O$ via ZF- H^9 (antecipar o infinito). Olhar para uma solução possível e correta.	X			XX			
Basear $C \neq O$ na Teoria dos Conjuntos (ZF-KM) ¹⁰	X						-
Privilegiar a Legitimidade Educacional		XX		XX	X	X	X
Rejeita PL: passa PL para outra pessoa					X		X
Olhar para a matemática como desenvolvimento de concepções				X			
Rejeita PL: Não tematiza o conceito do número							X

⁹ Zermelo e Fraenkel na versão de Halmos (1970).

¹⁰ Zermelo e Fraenkel na versão de Kuratowski e Mostowski (1968).

Categorias de Análise	A	B	C	D	E	F	G
Quantidade 1º, ordem depois	S	S	N	N	S	S	S
Familiaridade com o Ensino Elementar de C&O	N	S	S	N	S	S	S
Familiaridade com ZF-H	SS	N	N	S	N	N	N
Conhecimento de C=0 caso finito	SS	N	N	S	N	N	N
Vê PL como interferência no ensino elemental	N	SS	S	N	N	N	N
Incomoda-se frente PL	SS	S	N	S	N	N	(1)
Acha necessário resolver PL	SS	N	S	N	(2)	S	(2)
Necessidade da Legitimidade Epistemológica	SS	N	SS	S	S	S	S
Expressa “não ruim” em $C \neq O$	SS	N	N	S	N	N	N
Menciona os numerais	N	N	N	N	S	S	S
Prioridade na Legitimidade Educativa	N	S	S	S	S	S	S
Diz basear-se em Piaget e Kamii	N	S	S	N	N	N	N

(1) parece que não entendeu PL (2) passa a questão para outro

Os livros didáticos

Analizamos os livros didáticos das séries iniciais, entendendo-os como possíveis “habitat” de nosso objeto de estudo, além de serem um dos mais comuns veículos de suporte do professor para suas atividades didáticas. Estivemos interessados, principalmente, na abordagem do conceito do número, para verificar quais os tratamentos dados pelos livros no que diz respeito a C&O. Analisamos 8 coleções (A, B, C, D, E, F, G e H), escolhidas segundo o critério de serem as mais solicitadas, nos últimos anos, entre as nossas mais conceituadas editoras. Essa análise permitiu-nos chegar aos conjuntos de categorias representados no quadro a seguir:

Categorias de análise	A	B	C	D	E	F	G	H
-Quantidade 1º ordem depois	S	N	S	S	N	S	S	s
-Menciona os numerais (na apresentação)	N	N	S	SI	S	SI	s	S
-Na apresentação menciona a quantidade	S	N	S	s	S	S	s	S
-Quantidade e ordem concomitantemente	N	S	N	N	s	N	N	N
-Define o número como: 1. idéia de quantidade; 2. quantidade pensada; 3. propriedade comum conjuntos equipotentes	N	N	SI	SI	S2	S1. 3	SI	SI

-Define os ordinais como: 1. número ou numeral usado para dar idéia de ordem ou posição; 2. números relacionados com ordem, posição. 3. numerais usados para indicar ordem ou posição; 4. não define, mas associa ordinais a posição (numerais)	N	S4	SI	S3	S2	S4	SI	S4
-Define cardinal como número ou numeral, usado para representar quantidade	N	N	SI	N	N	N	N	N
-Define numerais como sendo representação do número	N	N	S	S	s	S	s	S
-Introduz o número a partir de conjuntos	N	N	s	S	N	s	s	N
-Tem conhecimento de PL.	N	N	N	N	S	N	N	N
-Ordem vem associada a séries e seqüências, os ordinais vem separados e associados a	(1)	S	S	S	S	(2)	s	S
1 quantidade/ 2 ordem/ 3 ordinal a) 1. na apres. do n ^o ; 2. poucas atividades, após apresentação do número; b) 1,2.,3. juntos; c) quantidade e ordem concomitantemente. Ordinais separados e só posteriormente (tópicos finais).	a	b	a	a	c	a	a	a

(1) ordem vem associado a séries e seqüências e os ordinais não aparecem posteriormente.

(2) a palavra ordem vem associada às atividades de sucessor antecessor, ordem crescente, decrescente. Já quando tematiza ordinais trabalha com atividades de seriação, comparação de quantidade e posição.

Análise das observações de aulas

As observações de aulas foram realizadas em três salas, uma pré-escola e duas 1^a séries, num período de aproximadamente 40 dias. Dirigimo-nos a sala de aula com o objetivo de verificar, através da introdução ao número, como o professor abordava C&O no ensino elementar.

Abaixo descreveremos de forma resumida o trabalho com C&O em cada uma dessas salas.

CB1- escola CC - (1^a - série)

O ordinal aparece em atividades de séries e seqüências e em atividades associado a posições, No entanto, na hora de enfatizar o número, há referência apenas à quantidade. Além disso, presenciamos situações onde professora e alunos acabam, de fato, identificando C&O.

CBA - escola L.C- (1^a - série)

A contagem é trabalhada a partir da recitação e concebida como algo já adquirido. No entanto, observamos que os alunos apresentam dificuldades ao exercitarem a contagem e essa situação se repete sem ser resolvida. O número é quantidade, e em nenhum momento abordam-se os ordinais (1^o, 2^o, 3^o); pareceu-nos até que evitaram pronunciar esses termos, pois no próprio linguajar acabam identificando o um com o primeiro, cinco com o quinto (por exemplo, em vez de dizer a quinta fileira, uma das professoras se refere a essa dizendo a fileira cinco).

Pré - primário - escola CC

Demonstra insegurança em relação aos conteúdos matemáticos. Quando analisamos seu planejamento, vemos que há uma deficiência em relação à matemática, pois apresenta uma idéia fragmentada do conceito do número. Essa insegurança faz com que a professora siga fielmente a apostila adotada.

Discutiremos, a seguir, os resultados traçados por cada um dos instrumentos de pesquisa, bem como suas implicações nas questões acima mencionadas.

A análise das entrevistas revelou que a contradição se sustenta, pois o problema não é completamente entendido: ora por falta de experiência com o ensino elementar; ora por insuficiência de especialização matemática. Percebeu-se que a solução que mais apareceu foi a rejeição do problema de legitimidade levantado na transposição didática de C&O.

As entrevistas dos professores ligados às séries iniciais reforçam a idéia de que não se dá importância ao conteúdo C&O, ou melhor, a formação do conceito do número. Gastam pouco tempo com essa parte, alegando que as crianças “pegam” rápido o conceito do número.

Quanto às observações de aulas, concluímos que utilizam pouco tempo com a parte de introdução ao número, já que não consideram importante essa fase inicial. Em geral assume-se que a criança já vem com essa parte assimilada, e faz-se então uma mera recordação. O ordinal ou bem não aparece, ou aparece em atividades de séries e seqüências. No entanto, na hora de enfatizar o número, há referência apenas a quantidade.

Nas propostas curriculares da SE/CENP para o 1^o grau, C&O aparecem implicitamente nos tópicos classificação e seqüência; nestas propostas C&O são

considerados assuntos que conduzirão à noção do número. Nas propostas da SE/CENP para o magistério e para o 2º grau eles não aparecem. Assim, aqui a contradição é sustentada, porque os conceitos de C&O não são, de fato, tematizados.

Na análise dos livros didáticos, percebemos que a maioria das coleções analisadas, antes da apresentação do número, trabalha implicitamente com os conceitos de ordem e quantidade, através de atividades envolvendo classificação, correspondência e seriação. No entanto, na hora da apresentação do número, apresentam-no com a idéia de quantidade. Nessa ocasião, o aspecto ordinal não é reconhecido e só reaparece muito depois e em tópico separado daquele que trata do conceito do número, além de aparecer sob dois níveis: no início, através de atividades de séries e seqüências (denominado ordem) e no final, associado à idéia de quantidade. Nessa ocasião, o aspecto ordinal não é reconhecido e só reaparece muito depois e em tópico separado daquele que trata do conceito do número, além de aparecer sob dois níveis: no início, através de atividades de séries e seqüências (denominado ordem) e no final associado à ideia de posição (denominado ordinal). Portanto, ordem e ordinal aparecem como assuntos distintos e abordados em momentos diferentes. Isto nos leva a perceber que não há clareza na apresentação do conceito do número. Apenas um dos autores posiciona-se em relação ao problema da legitimidade de C&O. É interessante observar que este autor tem familiaridade tanto com o ensino superior como com o ensino elementar. Nos livros didáticos de sua autoria demonstra ter consciência do problema da legitimidade do ensino de C&O e argumenta que cardinais e ordinais diferenciam-se nas utilizações, e essa diferença é indicada pelo numeral.

Assim, a maioria dos professores e também a maior parte dos livros didáticos enfatizam a quantidade ao abordarem o conceito do número, chegando, muitas vezes, a trabalharem apenas com ela. No entanto, Freudenthal, 1973 (Cf. MENEGHETTI, 1992) mostra que essa forma de trabalhar o número, ou seja, abordá-lo apenas via cardinal, e didática e matematicamente insuficiente, além de ser também matematicamente insignificante.

Considerando que a formação do conceito do número seja um momento precioso, uma vez que servirá de subestrutura para os conhecimentos posteriores, percebemos que não se atribui esse grau de importância a essa parte. Uma das características que esteve fortemente presente neste levantamento prático foi uma

desvalorização desses conceitos, gastando-se pouco tempo com essa parte, muitas vezes fazendo-se apenas uma recordação. Os professores chegam a dizer que os próprios pais cobram que se gaste pouco tempo no trabalho com o conceito do número, pois eles querem ver os filhos contando, trabalhando com as operações, que são conhecimentos posteriores ao conceito do número. Lembremos também, que a maioria das soluções apresentadas pelos entrevistados rejeitam o problema da legitimidade.

Desta forma, como os anseios sociais são de não se ater muito a esta parte inicial, enfatizando o resultado, que é o de a criança contar, interpretamos que assim também age a “noosfera” em prol de desempenhar o seu papel de compatibilidade entre o sistema de ensino e a sociedade.

Entendemos que o fato de não aparecer ou aparecer pouco a noção de número, e ainda de forma fragmentada, como pudemos ver nas propostas curriculares e observações de aulas; a não clareza na apresentação do conceito do número, característica dos livros didáticos; a rejeição de PL, que ficou clara nas entrevistas, são os “constrangimentos” que pesam no ensino de C&O, para que esses não sejam notados como contraditórios com o “saber erudito”. Esses “Constrangimentos” são determinados pela “noosfera”.

Nesse sentido, percebemos que realmente a “noosfera” tem trabalhado de forma muito eficiente para haver uma harmonia entre o sistema de ensino e a sociedade, apesar de o “saber ensinado” ser contraditório com o “saber erudito”. Desta forma a contradição se mantém, uma vez que o ensino está subordinado às decisões tomadas pela “noosfera”. Aqui vemos, de fato, uma necessidade de romper com a dependência do ensino em relação à “noosfera” e trabalhar, desde a formação inicial, em prol de uma maior autonomia.

Outras questões travadas no início desta pesquisa foram: “Como o ensino de C&O é legitimado? Ou seja, de que maneira ele pode ser reconhecido como um saber? E por que a sociedade não se deu, ou não quer se dar conta dessa contradição?” Em relação a essas questões, chegamos aos seguintes resultados:

A teoria nos coloca que o reconhecimento do caráter erudito de um saber é um objetivo social, o que significa que um saber só é erudito se for, socialmente, reconhecido como tal. Então, como aos olhos da sociedade o importante é a criança saber contar, a sociedade também, tal como a matemática, parte do número já concebido. Desta forma,

esse momento anterior, que funciona como substrato para conhecimentos ulteriores e que os matemáticos chamam de “intuitivo” não é reconhecido como erudito, nem mesmo pela própria fonte legitimante. Então, primeiro ele teria que ser reconhecido como erudito para depois ser legitimado. Assim, o “intuitivo” (momento anterior ao conceito do número, onde a distinção de C&O faz-se necessária) não é reconhecido como erudito. Podemos então dizer que esse saber encontra-se em processo de “erudição”, e trata-se de um “saber pseudo-erudito”.

Com o intuito de colaborar com soluções que supram a falta de legitimidade epistemológica para o ensino de C&O, sugerimos, como proposta didática a ser experimentada, a antecipação do tratamento do infinito no ensino elementar. Esta sugestão está baseada em Freudenthal (1973) e é matematicamente fundamentada nos ordinais transfinitos.

No entanto, fica o alerta de que uma mudança da transposição didática remete-nos, principalmente, a uma mudança na própria formação de docentes. Uma das questões de interação entre a transposição didática e a formação de docentes é que, seja qual for a concepção de conhecimento, o saber científico não pode deteriorar-se ao chegar ao aluno na sala de aula. Além disso, uma mudança na formação de docentes faz-se necessária também em nível estrutural.

Ainda hoje, na virada do século, presenciamos formação de docentes completamente deslocada, apoiada em modelos obsoletos que não dizem mais respeito ao homem e ao saber contemporâneo. Em prol de uma maior autonomia, precisamos preparar os professores para refletirem sobre suas próprias práticas. A prática e a reflexão devem tomar o papel central dentro da educação, uma vez que, no ecossistema sala de aula, o professor se defronta com inúmeros problemas imprevisíveis, sobre os quais, em geral, a teoria não responde. Essas situações fazem com que o professor tome decisões improvisadas servindo-se, mais do que qualquer outra coisa, de seu “habitus” (O “habitus é usado por PERRENOUD (1993), no Significado de BOURDIEU (1972): esquemas de pensamento e ação que alicerçam as inúmeras microdecisões tomadas dentro da sala de aula. Essas microdecisões não estão total e constantemente sob o controle da consciência.) Nesse sentido, o “habitus” é um fator de grande peso na prática do professor e, conseqüentemente, na transposição didática de qualquer conhecimento. Assim, qualquer que seja a mudança que possamos pretender em nível

educacional, no nosso caso particular, com a transposição didática de C&O, não poderemos deixar de levar em consideração o “habitus” do professor, visto que os professores são os “noosféricos” que detêm a maior responsabilidade na transposição didática de um conhecimento.

Referências Bibliográficas

ANDRADE, M; MORAES, L. M. **Mundo Mágico Matemático**. 10 ed. São Paulo: Ática, 1992. v. 1-4.

ARSAC, Gilbert. **L' evolution D'une Theorie en Didactique: L'exemple de la Transposition Didactique: Recherches en Didactique des Mathematique**, vol. f 2, n. 1, pp. 7-32, 1992.

ASSUDE, T. Análise da Transposição Didática: Um exemplo com a Raiz Quadrada. **Bolema**, Rio Claro- SP. n.8, ano 7, pp. 88-97, 1992a.

ASSUDE, T. **Un Phenomene d arret de la transposition didactique des Mathematiques: Etude du cas de laigebre eleinentarire**. Habilitation a Dinger Das Recherches. Marseille, Departemnete de Mathematiques-Informatique, 1989. pp. 242-331.

BOTTOMORE, T. **Dicionário do Pensamento Marxista**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1988. 454p.

CHEVALLARD, Yves. **Aspects D'un Trovail de Theoresation de la didactique des Mathematiques** (Habilitation a Dinger Das Recherches), 1989.

FREUDENTHAL, H. The Number Concept. Objective Acesses. In: **Mathematics as an Education Task**. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Co. 1973. pp. 242-331.

FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Educational**. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GIOVANNI, J. R., GIOVANNI Jr., J. R. **A Conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 1992. v. 1-4.

HALMOS, P. R. **Teoria Ingênua dos Conjuntos**. Trad. LBicudo. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo e Editora Polígono, 1970 - 116 p. ilustr.

IMENES, L. M. P., JAKUBOVIC, J., LELLIS, M. **Matemática ao Vivo**. São Paulo: Scipione, 1993. v. 1-4.

KAMII, C. **A criança e o número**. 14.ed. Trad. R.A. Assis Campinas, SP: Papyrus, 1991. 124p.

KURATOWSKI, K. ; MOSTOWSKI, A. **Set Teory**. Varsovia, NORth-Holland, 1968.

LIBERMAN, M. P., WEY, R. L. M. **Fazendo e Compreendendo Matemática: Pré-escola: fichas de trabalho**, 3.ed. São Paulo: Solução, 1993.

MENEGHETTI, R. C. G. **O número segundo Freudenthal** - séries: relatórios ineternos-

UNESP-IGCE, Rio Cairo, n.8, 1992.

MORI, I. **Viver e Aprender Matemática.** 1.ed. São Paulo: Saraiva, 1993. v. 1-4.

NOVOA, A. (org.) **Os professores e a sua formação.** Trad. G.Cunha, C. Hespanha, C. Afonso e J. A. S.Tavares. Lisboa: Publicação Dom Quixote. Instituto de Inovação Educacional, 1992. 158p

ODUM, E. P. **Ecologia.** Trad. K.G. Hell. 3.ed. São Paulo: Livraria Pioneira Editora e Editora da USP, 1977. 201 p.

ODUM, E. P. **Ecologia.** Trad. C.J. Tribe. Rio de Janeiro:Guanabara S.A, 1988.434 p.

PASSOS, L.; FONSECA, A.; CHAVES, M. **Alegria de Saber Matemática.** São Paulo: Scipione, 1993.v. 1-4.

PEIXOTO, M. L., OLIVEIRA. **Bom Tempo Matemática.** 3.ed. São Paulo: Moderno, 1992. v. 1-4.

PERRENOUD, P. **Práticas Pedagógicas, profissão docente e formação: perspectivas sociológicas.** Trad. H. Faria, H. Tapada, M. J. Carvalho e M. Nóvoa. Lisboa: Publicações Dom Quixote. Instituto de Inovação Educacional, 1993. 206 p.

PIAJET, J., SZEMINSKA, A. **A Gênese do Número na Criança.** 2.ed. Trad. C. M. Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar Editores. 1975. 331p.

ROSA NETO, E. **Matemática a Partir da Ação.** 2.ed. São Paulo: Ática, 1993. v. 1-4.

SAO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 2º grau.** 2.ed. São Paulo, SE/CENP, 1991. 393 p.il.

SAO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de matemática: 1º grau.** 4.ed. São Paulo, SE/CENP, 1992, 181p.il.

SAO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular de Matemática para o Cefam e Habilitação Específica para o Magistério.** São Paulo, SE/CENP, 1990, 257 p.il.