ISBN 978-85-89082-23-5

"Um Ensaio Metodológico sobre a Congruência e não Congruência de Triângulos" (parte I)[1]

Claudemir Murari[2]
Ruy Madsen Barbosa[3]

Introdução

Este texto, em duas partes, corresponde a uma pesquisa mais ampla em desenvolvimento sobre congruência e não congruência de Triângulos.

Sua causa primeira foi a simples observação do pouco espaço dado a não congruência. No entanto, outras causas preponderantes nos levaram a incluir um tratamento simultâneo. Dentre elas destacamos principalmente em:

(a) Contatos pessoais (não entrevistas) com docentes da rede estadual de ensino;

(b) Livros didáticos;

As do tipo (a) nos deram indícios que se evita um ensino detalhado por correspondência biunívoca da congruência em face das dificuldades para a transmissão, causas estas por vezes reforçadas pelas do tipo (b).

É nítida também entre docentes a convicção da impossibilidade atual de desenvolver em nível da sétima série as provas dos casos de congruência. Não encontramos qualquer concessão neste sentido.

A análise de livro didáticos da sétima série (consultamos 13) revela facilmente que as suas páginas se resumem em definir, listar os casos de congruências, exemplificar e sugerir exercícios. Ressalte-se que nos dois últimos aspectos são em geral questões de simples verificação.

Excetuam-se dos analisados quatro firma-se que a relação de congruência é relação de equivalência, as quais se restringem à citação da existência e das propriedades

[1] Digitalizado por Carolina Augusta Assumpção Gouveia e Thiago Pedro Pinto, alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro.
[2] Prof. Assistente do Departamento de Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP - Campus de Rio Claro (SP)
[3] Prof. Colaborador do Departamento de Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas -UNESP - Campus de Rio Claro (SP)

inerentes: reflexiva, simétrica e transitiva.

Nada encontramos que justificasse esta inclusão. O aluno apenas constata:

Excetuam-se ainda dois livros que, para os casos de congruência, empregam a tentativa de construção de triângulos para algumas situações.

Não encontramos questão de NÃO CONGRUÊNCIA!

Do que consta esta pesquisa?

A pesquisa constou na sua primeira fase de um estudo teórico sobre a existência de triângulos não congruentes com cinco pares de elementos congruentes, trabalho publicado (14).

A segunda fase constou da elaboração desse Ensaio Metodológico, no qual os autores procuraram encaminhar o trabalho em aula no sentido de solucionar algumas questões colocadas como básicas:

1. Dar a devida importância à não congruência de Triângulos.
2. Dar prioridade à ordem: concreto - abstrato.
3. Aproveitar a visão de congruência de triângulos como relação de equivalência.
4. Evitar a correspondência bi-unívoca.
5. Evitar provas, sem prejudicar o dedutivo.

Para isto o ensaio consta de vários módulos de ensino-aprendizagem, indutores do educando (12 a 15 anos), tendo se optado em várias situações por seqüências de atividades dirigidas.

As preocupações básicas levaram a um resultado inesperado: alteração da forma dos casos clássicos de congruência de dois triângulos.

Obtém-se a emergência dos casos em forma de determinação de uma classe de congruência de triangulos. Forma transferível facilmente para a forma tradicional, se conveniente.

O afastamento proposital do enfoque por correspondência conduziu a um novo e fértil entendimento das siglas. A utilização prática das siglas, quer para triângulos congruentes, quer para não congruentes será assunto da terceira fase, em elaboração.

Ressaltamos no texto a utilização de material instrumental gráfico procurando atingir outros objetivos educacionais.

Por ser um trabalho extenso decidiu-se pela publicação em duas partes, onde a

ISBN 978-85-89082-23-5

primeira (módulos I, II e III) trata da não congruência de triângulos e da visão da congruência de triângulos como relação de equivalência.

O material que pode ser empregado são conjuntos de triângulos de cartolina, borracha, etc.

A segunda parte do trabalho (a ser publicada no próximo numero do BOLEMA) aborda o módulo de ensino IV cujos objetivos principais são: descobrir quantas e quais medidas são suficientes para ter um representante de uma classe de congruência de triângulos e os "casos" de congruência de triângulos.

Os materiais instrumentais gráficos utilizados são régua, transferidor e compasso.

Parte I

Módulo I

A-OBJETIVOS

01. descobrir a existência de partes de triângulos que possuem 1-2-3-4 e até 5 pares de elementos (lados e ângulos) respectivamente congruentes, mas que não coincidem por superposição;
02. descobrir que pares de triângulos que possuem 6 pares de elementos respectivamente congruentes coincidem por superposição;
03. fixação dos conceitos de congruência de segmentos e de ângulos;
04. desenvolver a coordenação motora (ou destrezas com instrumentos de medida).

B - MATERIAL

01. Conjunto(s) de 11 pares de triângulos conforme indicadores a seguir.
02. Material instrumental: régua graduada e transferidor (dispensável).
03. Uma tabela de dupla entrada mimeografada (ou organizada durante a aula).

Par n° 01: Com um só par de elementos congruentes - um lado

Par n° 02: Com um só par de elementos congruentes - um ângulo

Par n° 03: Com só dois pares de elementos congruentes - um lado e um ângulo

Par n° 04: Com só dois pares de elementos congruentes - dois lados

Par n° 05: Com só três pares de elementos congruentes - três ângulos

Par n° 06: Com só três pares de elementos congruentes - dois lados e um ângulo (conforme figuras 1 e 2 por exemplo).

ISBN 978-85-89082-23-5

Par n° 07: Com só quatro pares de elementos congruentes - três ângulos e um lado (conforme figuras 3 e 4 por exemplo).

Par n° 08: Com só cinco pares de elementos congruentes - três ângulos e dois lados (conforme figuras 5 e 6, ou por exemplo, os triângulos com medidas proporcionais a:

a) 2,7 - 3,6 - 4,8 e 3,6 - 4,8 - 6,4 (obt.);

b)8 – 12 – 18 e l2 – 18 – 27 (obt.);

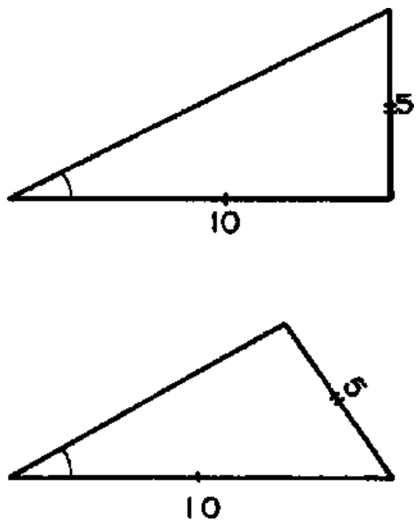
c) 6,4 - 8,0 - 10,0 e 8,0 - 10,0 -12,5 (acut.).

Par n° 09: Com os seis pares de elementos congruentes - três lados e três ângulos (acutângulos).

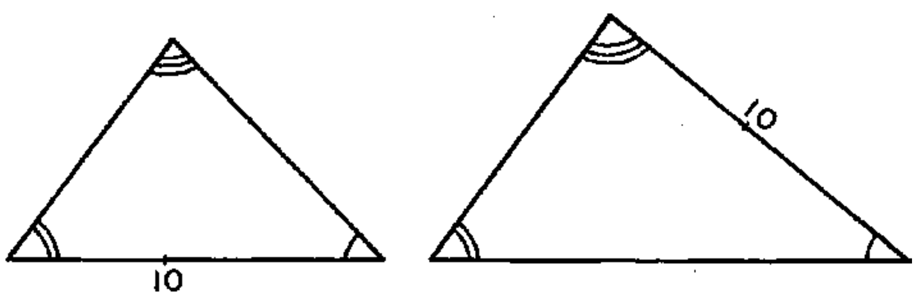
Par n° 10: Com os seis pares de elementos congruentes - três lados e três ângulos (retângulos).

Par n° 11: Com os seis pares de elementos congruentes - três lados e três ângulos (obtusângulo)

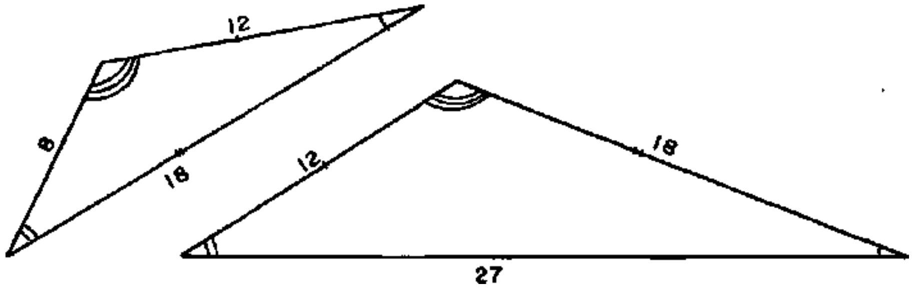
NOTA: Cada par de três triângulos deve ter a mesma cor e os 11 pares devem ter cores distintas.



Figuras 1 e 2



Figuras 3 e 4



Figuras 5 e 6

NOTA: Os ângulos das figuras 5 e 6 devem medir aproximadamente 20° (quase 21°), 32° e l27º.

C - PRÉ-REQUISITOS

01. Conhecimento de triângulos e dos seus elementos principais: lados, ângulos e vértices.
02. Conhecimento dos conceitos de congruência de segmentos de reta e de ângulos.
03. Habilidade em medir segmentos e ângulos com régua e transferidor.

D - ATTVIDADES

D.l. - Do professor:

01. Organize os grupos de trabalho.
02. Distribua para cada grupo um conjunto dos 22 triângulos (11 pares).
03. Recorde com os alunos o que é triangulo e seus elementos.
04. Recorde com os alunos a conceituação de congruência de segmentos de reta e de ângulos (mesmas medidas).
05. Dê instruções aos alunos do trabalho experimental a ser realizado: Descobrir para cada par de triângulos (da mesma cor) quantos e quais elementos são congruentes entre os lados e os ângulos.
06. Explicar que cada grupo poderá proceder conforme preferir usando justaposição (colocar ao lado, encostando), superposição (colocar um em cima do outro), ou então medindo (com régua e transferidor).
07. Realizar uma verificação experimental modelo, de preferência com o par n° 3

(verificação optativa, dependendo da turma):

a) Pegue dois triângulos da cor X (par n° 3), exiba-os.
b) Por justaposição dos triângulos mostre para todos que somente um par de lados e congruente (tem a mesma medida); mostre bem a única coincidência de lados.
c) Mostre com uma régua graduada que poderia chegar ao mesmo resultado, medindo os lados de um e do outro triângulo (efetue as medidas).
d) Coloque um triângulo superposto ao outro, procure cada vez ajustar um ângulo, mostre que só um par de ângulos é congruente, insista na perfeita coincidência dos vértices e das semi-retas dos lados.
e) Mostre que poderia obter a mesma conclusão, medindo com o transferidor os ângulos de um outro triangulo (efetue as medidas recordando o uso do transferidor).
f) Com perguntas revise os resultados experimentais: que os dois triângulos possuem só um lado e só um ângulo respectivamente congruentes. Explique a palavra <u>respectivamente</u> (lado de um - lado de outro, ângulo de um - ângulo de outro).
g) Coloque um triangulo superposto ao outro e mostre que os triângulos não se ajustam, não coincidem por superposição.
h) Convide os alunos a registrar os dados obtidos na primeira linha da tabela (distribuída ou copiada no quadro).

<u>TABELA DE RESULTADOS</u>

N°de experiência	Cor dos triângulos	N°de lados congruentes	N°de ângulos congruentes	TOTAL	O par de triângulos coincide por superposição?
1	X	1	1	2	Não
2	Y	-	-	-	-

D.2. - Atividades dos alunos:

01. Convide os grupos de alunos a continuar as experiências com os outros pares de triângulos, e que registrem os resultados na tabela (recebida ou copiada no quadro), mas só após todo o grupo estar de acordo com as

observações realizadas.

Nota: Acompanhe o trabalho dos grupos orientando-os apenas.

02. Ao final verifique com leitura de cada grupo da sua tabela linha a linha conferindo os resultados. Com perguntas indutoras, leve-os a efetuar um resumo da tabela:

- Para (quando) os triângulos coincidirem por superposição é necessário que tenham os 6 pares de elementos respectivamente congruentes, ou possuam as medidas dos 3 lados e dos 3 ângulos respectivamente iguais.
- Existem triângulos que possuem 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 pares de elementos congruentes, mas os triângulos não coincidem por superposição.

Módulo II

A - OBJETIVOS

1. Conceptual congruência de triângulos.
2. Obter habilidade com as notações de congruência de triângulos.
3. Definir congruência de triângulos pela forma bicondicional.
4. Obter habilidade em interpretar a forma bicondicional da definição.

B - COMENTÁRIOS

Julgamos que este módulo possa ser desenvolvido pela forma expositiva com interrogatório reflexivo e condutor e uso do quadro.

Após uma revisão do trabalho experimental do Modulo I o professor induzirá os alunos à conceituação natural de congruência de triângulos. Tal deverá ocorrer, substituindo a noção de coincidência por superposição pelo conceito de congruência dos triângulos, por analogia com os conceitos de congruência de segmentos de reta e de ângulos. Ressaltará o número total de congruências dos seus elementos: 6, sendo 3 de lados e 3 de ângulos.

Caberá levar os alunos a perceber que:

- se dois triângulos são congruentes, então possuem as medidas dos 3 lados e dos 3 ângulos respectivamente iguais;
- se dois triângulos possuem as medidas dos 3 lados e dos 3 ângulos respectivamente iguais, então são congruentes.
- a importância dos dois "se" deve ser obtida para então ser conseguida a definição pela

ISBN 978-85-89082-23-5

forma bicondicional.

Este resultado pode ser alcançado por observação da tabela pelos alunos e indução do professor (se for o caso):

- Se nas colunas 3 e 4 temos 3 e 3 respectivamente então na coluna 6 está escrito o quê? Resp.: SIM.
- Se na coluna 6 está SIM, então nas colunas 3 e 4 está escrito o quê? Resp.: 3 e 3.
- Se nas colunas 3 e 4 estão escritos outros números, então na coluna 6 está escrito o quê? Resp.: NÃO.
- Se na coluna 6 esta escrito NÃO, você pode garantir quais são os números das colunas 3 e 4? Resp.: NÃO.

Portanto:

- Se soubermos que dois triângulos possuem os 3 lados e os 3 ângulos respectivamente congruentes, o que podemos afirmar? Resp.: Os triângulos coincidem por superposição, ou os triângulos são congruentes.
- Se soubermos que os dois triângulos são congruentes (coincidem por superposição), então o que podemos afirmar? Resp.: Os triângulos possuem os 3 lados e os 3 ângulos respectivamente congruentes.

Estas duas frases com "se" poderão agora ser substituídas por uma só:

- Dois triângulos são congruentes se e só se possuem os três lados e os três ângulos, respectivamente congruentes.

A seguir passar-se-ia a notação de congruência de triângulos.

<u>Modulo III</u>

A - OBJETIVOS

01. Fixação (ou introdução) da noção de relação e classe de equivalência.
02. Obter o entendimento do conceito de representante de uma classe.
03. Descobrir que a relação de congruência entre triângulos é uma relação de equivalência por partição de um conjunto de triângulos.
04. Obter o entendimento do conceito de representante de uma classe de triângulos congruentes.
05. Fixação de conceitos de triângulos por tipos: escalenos, isósceles, eqüiláteros, acutângulos, retângulos e obtusângulos. ,

ISBN 978-85-89082-23-5

B - MATERIAL

01. Conjuntos de triângulos (de cartolina, ou papel cartão, ou borracha, etc.).

a) 4 a 6 triângulos congruentes equiláteros de cores diferentes.

b) 4 a 6 triângulos congruentes is6sceles acutângulos de cores diferentes, mas com as mesmas cores anteriores.

c) 4 a 6 triângulos congruentes escalenos acutângulos de cores diferentes, mas com as mesmas cores anteriores.

d) 4 a 6 triângulos congruentes escalenos retângulos de cores diferentes, mas com as mesmas cores anteriores.

e) 4 a 6 triângulos congruentes isósceles retângulos de cores diferentes, mas com as mesmas cores anteriores.

f) 4 a 6 triângulos congruentes escalenos obtusângulos de cores diferentes, mas com as mesmas cores anteriores.

g) 4 a 6 triângulos congruentes isósceles obtusângulos de cores diferentes, mas com as mesmas cores anteriores.

02. Vários saquinhos de pano (ou papel não transparente) ou caixinhas.

C-PRÉ-REQUISITOS

Conhecimento dos tipos de triângulos quanto aos ângulos, uso de régua e transferidor.

D-ATIVIDADES

D.l. - Do Professor:

1. Distribua um conjunto de triângulos para cada grupo.
2. Distribua alguns saquinhos (ou caixinhas) para cada grupo.
3. Faça alguns comentários sobre as atividades a realizar com os triângulos, que vão separá-los conforme alguma relação entre eles dada inicialmente.

D.2. - Do aluno:

D.3. - Primeira Sequência de Atividades

01. Os grupos vão formar montinhos de triângulos conforme a relação:

- se os triângulos tiverem a mesma cor, ficam no mesmo montinho.

2. Pronto? Agora, coloquem cada montinho num saquinho.
3. Colocaram? Misturem os saquinhos.

4. Cada grupo escolhe um saquinho. Um aluno do grupo, sem olhar os triângulos que estão dentro, retira um triângulo.

5. Indique um grupo e pergunte ao grupo: Qual a cor do triângulo retirado? Seja a resposta: AZUL.

6. Qual a cor dos outros triângulos desse saquinho? Resp.: AZUL.

7. Por quê? Várias respostas possíveis parecidas: Porque a cor é a mesma deste que retirei. Porque nesse saquinho colocamos todos da mesma cor, etc. Repita as atividades 5,6 e 7 para outros grupos.

8. Coloquem os triângulos retirados nos saquinhos. Misturem bem os triângulos desse saquinho. Um outro aluno do grupo retira um novo triângulo do mesmo saquinho. Faça agora perguntas coletivas.

9. É o mesmo triângulo de antes? Resp.: Não (se for "sim", mande trocar).

10. A cor desse triângulo é diferente ou a mesma? Resp.: a mesma.

11. Agora vocês sabem também a cor dos outros do saquinho? Resp.: SIM.

12. Quantos triângulos precisamos tirar do saquinho para sabermos a cor de todos do saquinho? Resp.: Um só.

13. Precisamos tirar um especial ou qualquer um serve? Resp.: Qualquer um.

14. Nos outros saquinhos existem triângulos com essa cor? Resp.: Não.

15. Por quê? Resp. possível: Porque separamos por cor.

Comentários do Professor: Isso mesmo, vocês separaram, são conjuntos disjuntos, separaram em classes, em cada classe os triângulos tern a mesma cor, vocês fizeram uma classificação usando a relação ter a mesma cor.

D.4 - SEGUNDA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

01. Vamos realizar outra experiência; retirem os triângulos dos saquinhos.

02. Vocês vão medir os lados de cada triângulo. Separem os triângulos conforme o seguinte relacionamento:

- Coloquem numa classe os que têm 3 medidas iguais, em outra os que têm as 3 medidas diferentes. Todos trabalhando nos grupos.

3. Feito? Coloquem cada classe num saquinho. Misturem bem os saquinhos.

4. Um aluno de cada grupo retira um triângulo de um saquinho.

5. Indique um grupo. Quantos lados congruentes possui o seu triângulo? Resp.: Sejam 2.

6. Quantos lados congruentes possuem os outros do saquinho? Resp.: 2.

7. Qual a propriedade comum a cada triângulo dessa classe? Resp.: Ter dois lados congruentes e um não congruente, ou ter dois lados com medidas iguais e um com medida diferente (ajude o grupo a formar a resposta completa).

8. Qual o nome dessa classe de triângulos? Resp.: Classe de triângulos isósceles (ajude o grupo a dar a resposta completa).

9. Qual a cor do triângulo retirado? O grupo responderá uma cor qualquer.

10. Se retirar outro triângulo desse saquinho, será dessa mesma cor? Resp.: Não pode ser.

11. Por que você não consegue identificar a cor de cada um sem retirar? Resp.: Porque não separamos por cor ou não classificamos por cor, etc.

Repita as atividades de 5 a 11 com os outros grupos.

Faça agora perguntas a todos os grupos.

12. Quantos triângulos precisamos conhecer de cada uma de nossas classes para sabermos a propriedade comum a todos da classe? Resp.: Um só.

13. Qualquer um serve? Resp.: Sim (serve).

14. O que este triângulo e da classe? Respostas possíveis: elementos, membro da classe, etc.

Comentário do Professor: É verdade, mas com ele vocês descobrem como são os outros da classe. Ele representa a classe.

15. Qualquer elemento da classe pode ser seu representante? Resp.: Sim, pode.

16. Ele é representante das outras classes? Resp.: Não.

17. Por que ele é representante dessa classe? Resp.: Porque sua propriedade é a mesma de todos da classe (ajude).

Comentário do Professor: Vejam bem, os triângulos de cada classe podem ter outras propriedades que não interessam no momento, por exemplo a sua cor, o tamanho, etc. A relação em estudo determina a separação em classes. Observando só um representante, sabemos se a classe é de triângulos equiláteros, ou de triângulos isósceles ou escalenos.

D.5- TERCEIRA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

01. Vamos realizar outra experiência. Misturem bem os triângulos.

02. Vocês vão medir os ângulos de cada triângulo. Separem os triângulos conforme a seguinte relação em estudo:

- Coloquem numa classe os que têm angulo reto, em outra os que tem todos os ângulos agudos, e em outra os que têm um ângulo obtuso.

Depois coloquem em saquinhos as classes e misturem bem os saquinhos.

03. Pronto? Em cada grupo, um aluno retire de uma classe um representante. Indique um grupo.

04. Como são os ângulos do representante dessa classe? Resp.: Seja um ângulo reto e os outros agudos.

05. Qual o nome desse triângulo? Resp.: triângulo retângulo.

06. Como são os outros triângulos dessa classe? Resp.: Triângulos retângulos.

07. Qual o nome dessa classe? Resp.: Classe dos triângulos retângulos.

08. Existe triângulo retângulo nas outras classes? Resp.: Não.

09. Preste atenção à minha pergunta. Que tipo e o triângulo que retirou quanto às medidas dos lados? Resp.: Seja escaleno (ou isósceles ou equilátero - Verifique).

10. Você pode garantir que os outros triângulos dessa classe são escalenos (ou isósceles ou equiláteros)? Resp,: Não.

Repita as atividades 4 a 10 com outros grupos. Vá discutindo as respostas.

Comentário do Professor: Vocês perceberam que os triângulos de cada classe possuem uma propriedade comum, uma característica em comum, que possibilitou justamente a separação em classes, a classificação. Tudo se passa como se os triângulos de uma classe tenham um mesmo "valor" sob a relação estudada. Dizemos que triângulos de uma mesma classe são equivalentes, que a relação é de equivalência. Vimos que qualquer elemento da classe e seu representante, ele e equivalente a qualquer outro da classe, inclusive equivalente a si próprio. A relação é de equivalência, e a classe e de equivalência.

Faça perguntas a todos.

11. Quantas classes de equivalência existem, se separarmos os triângulos quanto aos ângulos? Resp.: 3.

12. Quais são as classes de equivalência? Resp.: Classe dos triângulos retângulos,

classe dos...

13. E na primeira experiência quando separamos os nossos triângulos pela cor? Resp.: 4 (ou 5 ou 6 conforme o material distribuído).

14. E na segunda experiência quando separamos os triângulos pela relação entre os lados? Resp.: 3

15. Quais as classes de equivalência? Resp.: Classe dos triângulos equiláteros, classe dos triângulos...

D.6. - OUTRAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES (dispensáveis)

O professor poderá com o material realizar outras seqüências de atividades, usando duas propriedades simultaneamente. Por exemplo:

a)Quanto a cor e medidas dos lados. Numa mesma classe deverão ficar triângulos que possuem a mesma cor e que tenham ou os 3 lados com medidas iguais, ou 2 lados com medidas iguais e uma diferente, ou 3 lados com medidas diferentes. Observar que haverá, por exemplo, classe de triângulos isósceles com uma certa cor, e classe de triângulos isósceles com outra cor. Esta sequência de atividades será interessante, pois dará algumas classes de equivalência unitária, as dos triângulos equiláteros.

b) Quanto a medida dos lados e quanto a medida dos ângulos. Deverão ser encontradas 7 classes de equivalência.

D.7. QUARTA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES.

01. Vamos realizar outra experiência. Esta será muito importante. Quem se lembra da definição de triângulos congruentes?

02. Ótimo! Diga você (verifique a resposta).

03. Vamos separar os triângulos, colocando na mesma classe os triângulos que são congruentes entre si. Podem usar o processo de verificar se coincidem por superposição.

04. Terminaram? Coloquem em saquinhos cada classe. Misturem bem.

05. Qual a relação que estamos estudando? Resp.: congruência de triângulos.

06. O que cada saquinho é para nós? Resp.: Uma classe de triângulos. Classe de triângulos congruentes. Classe de congruência de triângulos (ajude).

07. Em cada grupo de aluno retire um triângulo de uma classe.

08. Efetuem as medidas dos lados e dos ângulos desse triangulo. Anotem.

09. Pronto? Indique um grupo.

10. Quais as medidas que o grupo encontrou? Confira as respostas (o professor já deve ter os 7 conjuntos de medidas prontas).

11. Quais as medidas dos outros triângulos dessa classe? Resp.: As mesmas.

12. Por que são as mesmas? Resp.: Porque são as medidas do representante (ajude).

Repita as atividades 10 e 12 com os outros grupos. Vá acertando as respostas e verificando as possíveis falhas de medidas.

13. Os triângulos que estão numa mesma classe de congruência de triângulos possuem triângulos equivalentes, equivalem-se em medida dos lados e em medida dos ângulos. São classes de equivalência.

14. Da mesma forma como podemos chamar a relação de congruência entre triângulos? Resp.: Relação de equivalência.

15. Conhecendo um representante de uma classe de congruência quais medidas ficam determinadas de cada triângulo da classe? Resp.: As medidas dos 3 lados e as medidas dos 3 ângulos.

<u>NOTAS:</u>

a) Nas referências bibliográficas deixamos de incluir os textos didáticos por motivos óbvios.
b) Nas referências 1, 2 e 10 é proposta a questão de existência ou não de triângulos não congruentes com cinco pares de elementos congruentes.
c) A referência 11 trata do problema anterior em detalhes e fornece bibliografia adequada.
d) A referencia 6 é relativa ao matemático Lucas Bunt, que após sua visita ao Brasil, teve sua obra traduzida. Ele utiliza com abundância o uso de instrumentos de medida e reforça a tese de que um curso de geometria plana deve começar por estudos intuitivos, onde as crianças tenham a oportunidade de construir figuras, estimar grandezas e medi-las, redescobrir propriedades, adquirir e desenvolver atitudes favoráveis ao uso do pensamento independente e organizado, de modo a estabelecer condições que permitam a passagem gradual das experiências do tipo manipulação aos processos mais lógicos e formais de uma geometria dedutiva.

ISBN 978-85-89082-23-5

Referências

01. ALLEN, F.B. et alli. **Geometry, Student's Text** - Yale University S.M.S.G. -1960.

02. ALLEN, KB* et alli. **Geometry Teacher's Commentary** - Yale University Press – S.M.S.G. - 1960.

03. ANDERSON, R. **Concepts of Informal Geometry** - Yale University Press S.M.S.O.-1960.

04. BOUWSMA, W.D. **Geometry for Teachers** - Mac Millan - N.Y. - 1972.

05. BARBOSA, J.L.M. **Geometria Euclidiana Plana** - R J. - S_rB.M. - 1985.

06. BUNT, L.N.H. **Introdução ao Curso de Geometria Plana** (trad.) - Fundo de Cultura - RJ. - 1963.

07. FORDER, J.H. **The Foundations of Euclidean Geometry** - N.Y.- Dovef 1958.

08. HAAG, Eardgrove and Hill. **Elementary Geometry** - Read. Massachussets Addison Wesley - 1970.

09. JACOBS, H.R. **Geometry** - N.Y. - Freeman -1974.

10. MOISE and Dows. **Geometria Moderna** (trad.) - S.P. - Blucher - 1975

11. MURARI e BARBOSA. **Divagações sobre um problema curioso** - R.P.M.n° 16 (13-18) - S.B.M.- S.P. -1990/