ISBN 978-85-89082-23-5

Quando e como um professor está fazendo Educação Matemática[1]

Lucia Tinoco[2]

1 – Por que Educação Matemática?

– A Matemática é uma das disciplinas que, por ter alto índice de reprovação, mais contribuem para a imensa evasão escolar na 5ª série do 1º grau.

– Os alunos têm, em geral, verdadeira aversão à Matemática. Este fenômeno já é uma característica da nossa cultura, transmitida pelas famílias, pela sociedade em geral, e, infelizmente, cultivada por grande parte dos professores de Matemática.

O cultivo dessa aversão e do medo da reprovação é muitas vezes cômodo para o professor, que, além de não se sentir responsável pela ausência de aprendizagem, obtém dos alunos garantia de presença e disciplina em suas aulas. Esses aspectos são instrumentos de poder e repressão absolutamente indesejáveis na escola.

– A população em geral não retém quase nada da Matemática ensinada na escola, e, o que é mais grave, se orgulha disso. Se analisarmos este fenômeno em relação ao Português, verificaremos que a situação é a mesma, mas muitos não têm consciência disso, e, se a têm, não acham isso normal,

Além das falhas genéricas do sistema de ensino, cremos que a razão das deficiências do aprendizado dessas duas disciplinas é a existência de estruturas mentais, cujo desenvolvimento propicia a aprendizagem de ambas.

No entanto, todos reconhecem a necessidade do domínio da língua materna e ignoram a importância crescente da Matemática para a inserção crítica e participante do indivíduo na sociedade.

Vale observar que os problemas apontados em relação ao ensino-aprendizagem

[1] Digitalizado por Adriana Richit e Andriceli Richit.
[2] Profª do Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro (IMUFRJ).

de Matemática são universais.

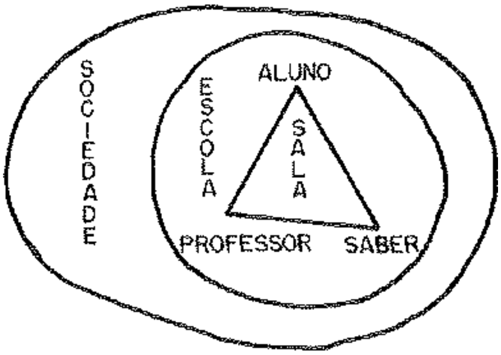
2 – O que é Educação Matemática?

De forma genérica, é a resposta aos problemas citados.

Neste sentido, foram produzidas tentativas de grande porte como, por exemplo, a "Matemática Moderna", ou, mais restritas, como a campanha em prol do uso de materiais concretos no ensino da Matemática. Mas, em geral, estas tentativas são remédios receitados sem se ter conhecimento das alterações que a doença provoca no organismo, nem das suas causas. Este desconhecimento é bem retratado por um dos pioneiros da Didática Experimental da Matemática na França, G. Glaeser, quando, em 1981, na Reunião Anual de Professores de Matemática da França, afirmou:

> "Atuamos em sala de aula fazendo o possível para fabricar compreensão na cabeça de nossos alunos. Mas o essencial nos escapa;
>
> **Ensinamos em plena neblina!...**
>
> . . . Mas, na realidade, ignoramos quase todos os mecanismos que provocam a compreensão ou a incompreensão de um certo assunto."

– A Educação Matemática é o ramo do conhecimento que visa à dissipação dessa neblina. Visa à compreensão dos fenômenos que ocorrem nas ligações entre os três vértices do triângulo, e as influências que estas ligações sofrem do sistema escolar e da estrutura social em geral. Régine Douady (Paris VII) a definiu em 1986, com muita propriedade:



> "A Didática da Matemática estuda o processo de transmissão e aquisição dos conteúdos desta ciência, particularmente em situação escolar. Ela se propõe descrever e explicar os fenômenos que dizem respeito às relações entre

ISBN 978-85-89082-23-5

> ensino e aprendizagem. Ela não se reduz à procura de boas formas de ensinar determinada noção.”

Trocando em miúdos, na pesquisa em Educação Matemática, procura-se conhecer os fenômenos envolvidos:

– no trabalho dos alunos: relações do aluno com o saber, com os outros alunos e com o professor;

– no trabalho do professor ao planejar e avaliar as atividades para a sala de aula. Incluem-se nisto a transposição didática e a “leitura” dos tipos de procedimentos dos alunos;

– no funcionamento da escola e suas relações com a sociedade.

Somente a partir da explicitação desses fenômenos, podem-se encontrar os caminhos a seguir e as soluções para os problemas apontados anteriormente. Tais soluções em geral não são definitivas nem únicas. Mudam certamente com o tempo e com as condições de trabalho.

É neste sentido que, desde 1984, o PROJETO FUNDÃO vem trabalhando na UFRJ nas áreas de Biologia, Física, Geografia, Matemática e Química.

Hoje (apenas com os setores de Biologia, Física e Matemática) integramos a REDE RIO DE JANEIRO, com mais quatro projetos: CECI/RJ, Ciência Viva, GEPEM/USU e PUC/RJ, do Subprograma de Educação para a Ciência (SPEC/CAPES/ME/PADCT).

É preciso ter em conta que, ao realizar uma pesquisa em Educação Matemática ou tentar tirar proveito dela, estarão em jogo princípios e concepções que devem ser claramente explicitados.

Em relação ao aluno: é preciso valorizar nele a capacidade de colocar questões, a coragem de propor soluções, o gosto pelo saber; enfim, o espírito crítico e a criatividade voltados para o coletivo.

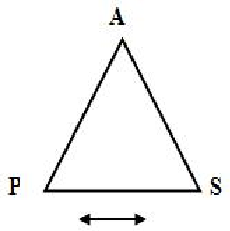
Em relação ao professor: é de fato o condutor e o responsável pelo processo ensino-aprendizagem. Não vai moldar alunos e, sim, respeitá-los, valorizar o conhecimento que esses alunos adquirem na vida, ampliar e sistematizar este conhecimento, por meio de atividades planejadas para esse fim. Para tal, é importante o seu papel na “transposição didática” do saber, o que pressupõe o domínio do mesmo.

Em relação à Matemática: ela esta no mundo, nas relações entre as pessoas, no espaço físico em que vivemos. Por outro lado, com o desenvolvimento da humanidade, foi produzido vasto arsenal de conhecimento matemático academicamente organizado. O papel da Matemática na escola deve atender a esses dois aspectos: preparar melhor o aluno para o exercício da cidadania e propiciar a ele o acesso à cultura matemática acumulada pela humanidade. Sempre que possível, o aluno deve construir o conhecimento por si, trabalhando assim para a sua autonomia intelectual.

3 – Relação professor-saber.

O processo de ensino-aprendizagem pode ser compreendido a partir da análise das relações entre cada par de vértices desse triângulo, e, como foi dito, estabelecendo tais relações estaremos fazendo Educação Matemática.

A seguir, vamos deter-nos um pouco mais nas relações Professor-Saber, ajudando a pensar sobre o que de Matemática um professor precisa saber.



De início, é óbvio, o professor deve dominar o conteúdo matemático academicamente organizado e reconhecido, que se relacione com o que esse professor vai ensinar, de acordo com o papel já descrito da Matemática na escola. Isto pressupõe que seu conhecimento tem que ser dinâmico, atualizado, adaptável às mudanças sociais e tecnológicas do mundo.

G. Pollya, ao escrever os dois primeiros dos seus “Dez Mandamentos do Professor de Matemática” (ver R.P.M. - S.B.M, nº10), deve ter-se referido a isto. São eles:

“1. Tenha interesse por sua matéria.

2. Conheça a sua matéria.”

Cremos, no entanto, que este segundo mandamento precisa ser entendido num sentido bem mais amplo, até mesmo para tornar possível ao professor seguir os demais mandamentos. Para ser de fato um Educador-Matemático. Por meio de exemplos que surgiram de trabalhos em sala de aula, explicitaremos melhor essa afirmação.

4 – Exemplos de questões de conteúdo para um professor de Matemática

1. Qual a relação entre conjuntos de números proporcionais e funções lineares?

Para um aluno, o que é mais fácil, ou natural, ao resolver um problema de proporcionalidade: a razão constante ou a propriedade aditiva?

Em experiências realizadas, constatamos, por exemplo, a diferença de nível de dificuldade dos seguintes problemas:

1º) “Com 4 litros de leite, a babá de uma creche faz 10 mamadeiras iguais. Quantas mamadeiras iguais a essas fará com 8 litros de leite?”

2º) “Com 4 litros de leite, a babá de uma creche faz 10 mamadeiras iguais. Quantas mamadeiras iguais a essas fará com 10 litros de leite?”

Do ponto de vista matemático, os problemas não se distinguem. No entanto, para o aluno, é tranqüilo observar que 8 é o dobro de 4, logo, a babá fará, no 1º problema, 20 mamadeiras (o dobro de 10) - 2 é um fator muito simples.

Já no 2º problema, 10 não é múltiplo inteiro nem fração simples de 4. Isto representa uma enorme barreira. Nesse caso, o aluno muda inteiramente a maneira de resolver o problema e faz assim:

$$\begin{array}{cc} 4 & 10 \\ 4 & 10 \\ \underline{\;2\;} & \underline{\;5\;} \\ 10 & 25 \end{array}$$

Aqui, mesmo sem nunca ter ouvido falar na propriedade aditiva das proporções (ou funções lineares), a utiliza naturalmente.

Tudo isso tem que estar muito claro para o professor. As estruturas aditivas são construídas pelo aluno antes das multiplicativas e, para esse aluno, admitir que 10 = 4 x 10/4 ou 10=4 x 5/2 não é de forma alguma trivial. É muito mais simples pensar que 10 = 4 + 4 + 2.

2. Ao perguntar a um aluno qual é o número que, multiplicado por 6, dá 9 e ouvir a resposta: “não existe”, pode-se parar para pensar na variedade de idéias e conteúdos relacionados com as frações que são transmitidas na escola aos alunos, nas peculiaridades de cada um e nas relações entre eles. Por exemplo:

– A fração como parte do todo $\left\{\begin{array}{l}\text{discreto}\\ \text{contínuo}\end{array}\right.$

– A fração imprópria

– A fração como quociente – razão $\left\{\begin{array}{l}\text{medida}\\ \text{comparação}\\ \text{taxa}\\ \text{percentual}\end{array}\right.$

– A fração como número decimal

– A fração como ponto da reta

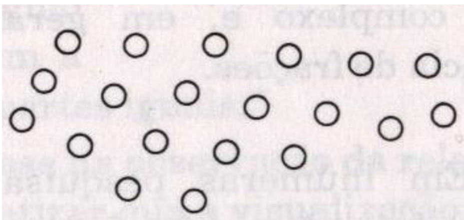
3. Se um aluno comete o erro de considerar 0,2 x 0,2 = 0,4, o que fazer?

A simples correção do erro e a repetição de regra ao aluno não resolvem a questão. É necessário saber:

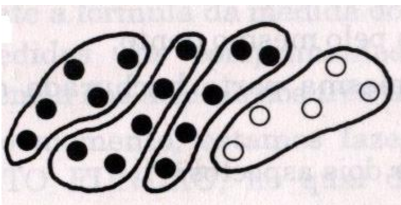
– que concepção de número decimal tem esse aluno;

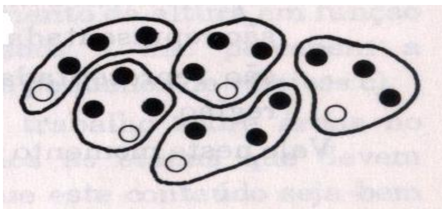
– que a extensão da operação de multiplicação dos números naturais para os racionais (particularmente na forma de decimais) não é “suave”. Traz obstáculos incríveis, como, por exemplo, admitir que o produto pode ser menor do que um fator. A relação da multiplicação com o cálculo de áreas é uma das maneiras de minimizar esta dificuldade que precisa ser bem compreendida.

4. Numa pesquisa, ao ser apresentado o problema: “Pinte 3/4 dessas balas:”



Surgiram as soluções:

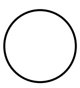
a) 

b) 

As duas respostas estão certas, mas em que concepção de fração de conjuntos discretos esta apoiada cada uma delas?

(A equivalência entre duas concepções deve ser clarificada em sala).

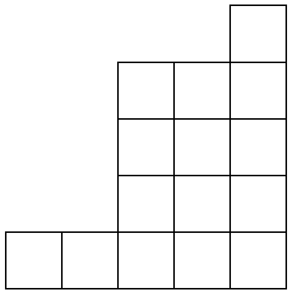
– Para o aluno que só trabalhou frações de conjuntos contínuos, por melhor que tenha sido esse trabalho, o problema acima não é trivial, apesar de ter o mesmo modelo matemático que, por exemplo,

“Pinte 3/4 da figura  .”

ISBN 978-85-89082-23-5

5. Onde reside a dificuldade dos alunos na resolução do problema?

"Pinte 2/5 da figura ao lado".



Para os alunos em geral, o denominador é o número de partes nas quais o todo está dividido, e o numerador. . .

É preciso tornar claro que, ao considerar frações equivalentes, estas noções adquirem novos sentidos.

Tal dificuldade aponta um outro tópico de conteúdo que é bastante complexo e, em geral, tratado com superficialidade: equivalência de frações.

6. Em inúmeras pesquisas, percebe-se a necessidade de explorar os fatos de que frações equivalentes:

– representam a mesma quantidade;

– são representadas na reta pelo mesmo ponto;

– são representadas pela mesma parte hachurada de uma região.

Vale neste momento ressaltar dois aspectos

1º - A dificuldade de trabalhar com frações equivalentes, cujos termos não sejam múltiplos inteiros.

Comparemos, por exemplo, os índices de acerto dos problemas abaixo, de um teste aplicado em pesquisa recente.

"i) Complete: 1/3 =2/. . .(80,9%)

ii) Obtenha uma fração equivalente a 3/15 com denominador 10 (50,4%)."

2º - Apesar de constarem nos programas, não se dá a devida ênfase às diversas utilizações de equivalência, por exemplo, para somar, subtrair, comparar ou simplificar frações.

"Qual será o percentual de alunos que já "aprenderam" frações e que sabem para que servem frações equivalentes?"

ISBN 978-85-89082-23-5

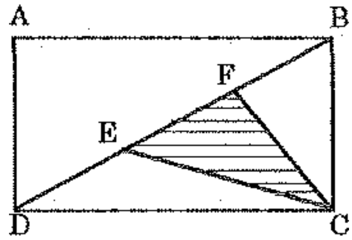
7. O Conceito de Área

Ao perguntarmos aos alunos de uma turma de primeiro período da universidade:

"O que é medir a área de uma superfície plana?", obtivemos a resposta:

"Depende da superfície; para cada uma, a fórmula é diferente".

O problema abaixo revela-se difícil para muitos alunos de Licenciatura em Matemática e mesmo para professora:



"Determinar a área do triângulo CEF, em função da área do retângulo ABCD, sabendo que E e F dividem a diagonal DB do retângulo em três partes iguais."

Neste problema, além da ênfase na observação da relação sobre a aplicação de fórmula, há que enfatizar que a visualização da altura de um triângulo nem sempre é trabalhada devidamente (alguns sabem até a fórmula da medida do comprimento da altura em função das medidas dos comprimentos dos lados e não percebem a coincidência das alturas dos três triângulos pequenos de vértices c).

No momento, estamos fazendo um trabalho sobre áreas no PROJETO FUNDÃO, no qual destacamos as etapas que devem preceder o trabalho com fórmulas para que este conteúdo seja bem construído.

Todos esses exemplos mostram aspectos relevantes de conteúdo que o Educador-Matemático deve saber. Muita pesquisa já existe, mas há ainda muito que fazer a respeito. É neste sentido que os professores têm um excelente laboratório em sala de aula, e que o Prof. Glaeser afirma que ensinamos "em plena neblina." Sem ter conhecimento dos obstáculos e dos diversos sentidos que o conteúdo adquire para os alunos, é praticamente impossível a "transposição didática" desse conteúdo.

Como dissemos anteriormente, essa relação Professor-Saber está intimamente ligada à relação Professor -Aluno, da qual ressaltaremos alguns aspectos.

5 – Relações professor-aluno

Ao analisar a solução (ou tentativa) de um problema por um aluno, o professor deverá acompanhar todos os passos. A resposta pura e simples nem sempre dá informações a respeito do que ele pensou.

Cada estratégia usada ou erro cometido reflete uma concepção que o aluno possui a respeito daquele assunto, que tem que ser explicitada pelo professor, para que possa orientar o processo de correção ou aperfeiçoamento de tal concepção. De acordo com essa postura, o erro torna-se um ponto de partida para o processo de aprendizagem.

É exatamente na explicitação de tais concepções, seja a partir do que o aluno escreve, seja pelo que diz, que reside uma das maiores dificuldades dos educadores matemáticos. As entrevistas clínicas são poderosos instrumentos para isso, mas nem sempre o professor de classe tem oportunidade de fazê-las.

Uma atitude de permanente observação dos alunos e, portanto, essencial a um professor-pesquisador, e, assim, na sua relação com os alunos, deve incentivá-los ao máximo a se expressarem: por desenhos, em linguagem corrente (oralmente ou por escrito), como estiver ao seu alcance. O aluno, ao expressar seu raciocínio, além de ajudar o professor a compreendê-lo, organiza melhor suas idéias.

Exemplos:

1) Problema apresentado em pesquisa sobre frações: "Pedro e André possuem, cada um, uma barra de chocolate do mesmo tamanho. Pedro dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu quatro deles. André dividiu a sua barra em quatro pedaços e comeu dois deles.

Responda: Quem comeu mais chocolate? Por quê?

Respostas encontradas:

– Pedro, porque dividiu em 8.

– Pedro, porque os números são maiores.

– Pedro, porque comeu 4, e André, 2.

– André, porque os pedaços são maiores.

Três das respostas acima consideram apenas um termo das frações para compará-las, e a segunda resposta, apesar de considerar os dois termos, não estabelece relação entre eles. Elas mostram como esses alunos ainda não ultrapassaram o estágio no qual a fração são dois números naturais (juntos ou separados por um traço, sem saber por quê). Também demonstram que, sem a completa conceituação da fração, é impossível estabelecer uma ordem de grandeza entre elas, ou sua equivalência.

2) Uma explicação de aluno serve muitas vezes para explicitar uma concepção errônea, involuntariamente transmitida pelo professor.

Por exemplo:

"0,912 < 0,91 porque, quanto mais casas à direita, menor é o número."

Um último aspecto importante da relação Professor-Aluno do qual trataremos é

ISBN 978-85-89082-23-5

o do desafio permanente ao aluno. Toda tarefa de sala de aula ou de casa deve ser dirigida nesse sentido.

O problema deve ser uma constante e, por definição, deve interessar ao aluno. Seja por ter relação com sua vida real, seja por ter um aspecto lúdico, ou por outro motivo qualquer.

Assim, o aluno passará a ter, com o saber matemático, uma relação que permita:

– organizar seu raciocínio;

– tornar-se crítico;

– gostar de aprender: resolver e propor problemas;

– ter interesse pelo conhecimento acumulado pela humanidade.