



Um Estudo Sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática¹²

Prof. Luiz Márcio P. Imenes³

1. Questão Central e Metodologia

Como indica o título deste trabalho, considero que o ensino de Matemática tem sido marcado pelo **fracasso**. No início do primeiro capítulo procuro caracterizar esse insucesso, apontando suas diferentes facetas: tanto as que se mostram dentro da sala de aula quanta as que se manifestam fora da escola, nas conversas com as pessoas, no seio da sociedade. A crise do ensino de Matemática se destaca no fracasso geral da educação, assumindo características próprias. Ao longo da dissertação justifico essa afirmação.

Tenho notado que nós, professores, temos necessidade de discutir esse desastre. Nos cursos, encontros, palestras e reuniões de todos os tipos, quase sempre o malogro do ensino de Matemática acaba aflorando nas discussões. Em geral, as mesmas causas são apontadas para explicá-lo: as condições de trabalho do professor, sobretudo seu baixo salário; as condições de estudo do aluno; a precariedade da escola que se mostra, por exemplo, na falta de materiais de ensino e de bibliotecas; a má qualidade do livro didático; a inadequação de programas; a pressão dos vestibulares, etc.

Não é possível negar que cada um desses motivos, com pesos diferentes, contribui para o insucesso do trabalho do professor. É evidente que a melhoria do ensino de Matemática exige, como **condição** necessária, a dignificação do magistério.

¹ Digitalizado por Natalia Zulmira Massuquetti de Oliveira, Rafael Peixoto, Vanessa de Paula Cintra e Vanessa Benites.

² Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro, 1989. Orientadora: Profa. Dra Maria Aparecida V. Bicudo. Co-orientador: Prof. Dr. Inineu Bicudo

³ FUNBEC – São Paulo, Brasil

Entretanto, pensando com cuidado, vê-se que os argumentos citados não são suficientes para explicar o insucesso da Matemática escolar. Portanto, nesse sentido, não explicam o que há de específico nesse malogro. Cabe então perguntar:

O que é essencial nessa crise? Quais são as raízes do problema? Onde estão as razões últimas do insucesso da Matemática escolar? O que é específico no mesmo?

Com a intenção de contribuir para que se vá um pouco mais a fundo nessa discussão, proponho a seguinte pergunta que constitui a interrogação central da dissertação:

O que é essencial no fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática?

Uma vez posto o problema, cabe esclarecer como ele foi abordado.

Trabalhei com a análise qualitativa fenomenológica e a seguir destaco alguns aspectos dessa modalidade de pesquisa.

- Antes de serem pensadas, analisadas e interpretadas, as coisas do mundo simplesmente são; as coisas do mundo podem ser olhadas e abordadas como fenômenos, no sentido etimológico do termo grego "fainomenon", ou seja, aquilo que se manifesta, que se mostra. Nesse trabalho o fenômeno investigado é o fracasso do ensino de Matemática.

- É sempre alguém, um sujeito específico, numa situação muito concreta, que interroga o fenômeno. Neste caso sou eu, com minhas experiências profissionais e de vida, quem pergunta: o que é isto, o fracasso do ensino e aprendizagem da Matemática? Deste modo, a compreensão do fenômeno depende, é claro, das características do sujeito que ob-serva, "escuta", sente e interpreta o que consegue ver e ouvir. Posso compreender o fenômeno à medida que o vivencio diretamente ou que outros sujeitos o vivenciem e me relatem essa vivência.

- Para o modo fenomenológico de orientar uma pesquisa, a compreensão que se deseja alcançar não vem de qualquer processo que envolva pressupostos teóricos; essa compreensão implica tomar o fenômeno seriamente diante dos olhos e estudá-lo de maneira sistemática para poder vir a compreendê-lo em sua intenção total, na sua essência e não apenas na sua representação. Assim, neste trabalho, eu não examinei o fenômeno em questão através do filtro de qualquer teoria previamente assimilada por mim. O que fiz foi procurar captar os mais diversos aspectos do fracasso e, através deles, apreender o fenômeno na sua essência.

- A pesquisa qualitativa coloca ênfase na busca de uma compreensão individual daquilo que se estuda, ao contrário da pesquisa quantitativa, cujo objetivo é alcançar

generalizações, princípios e leis. Isto conduz a uma outra ênfase, agora metodológica: as descrições que os sujeitos fazem da experiência que estão vivendo (ou que viveram) em relação ao fenômeno pesquisado constituem o instrumento por excelência de acesso aos dados que poderão propiciar o conhecimento do essencial, que a pesquisa almeja alcançar.

Nestes quase trinta anos de magistério tenho vivido diferentes experiências relacionadas com a Matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem. De caráter bastante diversificado, estas experiências forneceram-me material bastante rico e farto. Na dissertação esse material foi organizado em quatro conjuntos de dados:

- Minhas experiências com a Matemática, na condição de estudante e de professor.
- Análises de livros didáticos, programas, propostas curriculares, atas de congressos e outros documentos.
- Experiências que vivenciei com colegas de magistério.
- Experiências de pessoas, não profissionais da matemática e de seu ensino, sobre suas relações com a Matemática escolar.

2. Minhas Experiências com a Matemática, na Condição de Estudante e de Professor

No 2º capítulo da dissertação selecionei as vivências mais significativas para apresentá-las como as vejo hoje. A análise de minha formação evidencia que minha compreensão da Matemática se transformou com o tempo. Mostra também as relações entre essa transformação e minha postura como professor.

Observo que me custou a perceber que durante muitos anos convivi com uma concepção de Matemática, jamais explicitada, mas sempre presente, implicitamente, ao longo de minha formação. Afirmando também que demorei muito para compreender que tal concepção, tradicionalmente, inspira, permeia, marca o ensino de Matemática em todos os níveis. Essas afirmações são justificadas nos capítulos posteriores.

3. A Concepção de Matemática que Tradicionalmente Inspira o Ensino de Matemática

No terceiro capítulo esclareço qual é essa concepção. Mostro também que, apesar de todas as mudanças sofridas pelo ensino da Matemática neste século, a concepção a qual me estou referindo permaneceu intocada. Essa afirmação baseia-se numa visão panorâmica do ensino de Matemática, obtida das análises de livros didáticos e outros documentos. Apresentado este perfil, aponto as mudanças que o ensino de Matemática sofreu e a seguir destaco seus invariantes, isto é, os aspectos que permaneceram inalterados.

- O primeiro deles é o seguinte: o contexto em que a Matemática se desenvolve é ela mesma, isto é, na apresentação tradicional da Matemática as idéias, os conceitos e os problemas apresentados, salvo raríssimas exceções, nascem da própria Matemática. O ambiente em que ela se desenvolve é ela mesma. Os fatos matemáticos já conhecidos propiciam o aparecimento de mais matemática. A Matemática apresenta-se fechada em si mesma, relacionando-se apenas consigo mesma. Nessa apresentação, a Matemática só pertence ao mundo da Matemática.

Os demais invariantes decorrem do anterior.

- A Matemática escolar mostra-se desligada da vida, do cotidiano, das coisas que nos rodeiam, das coisas que as pessoas fazem; não se relaciona com os problemas sociais; não interage com outros campos do conhecimento nem com as artes.

- A Matemática apresentada no ensino de Matemática é a-histórica. História é coisa dos homens e, como a Matemática escolar se desenvolve num ambiente exclusivamente matemático, fechado em si mesmo, onde não entram as coisas dos homens, ela se mostra a - histórica, não aparece como construção humana, não é parte de nossa cultura, não é gerada num ambiente sócio-cultural.

Destas características decorre a seguinte conseqüência: para os estudantes, a Matemática parece "cair pronta do céu". Isso leva a concepção de que a Matemática tem existência eterna, independente dos homens. E a essa concepção platônica acerca da Matemática que me referi quando afirmei que durante muitos anos convivi com uma concepção de Matemática, jamais explicitada, mas sempre presente, implicitamente, ao longo de minha formação.

Os invariantes apontados mostram que, apesar de todas as mudanças sofridas pela Matemática escolar, a referida concepção permaneceu intocada. Pode-se até afirmar que o movimento renovador dos anos 60 mais que nunca reforçou a sensação de que a Matemática "cai pronta do céu". A permanência dessa concepção parece

indicar que o ensino de Matemática esta preso a uma camisa de força. Esclareço esta afirmação no capítulo 4.

4. O Modelo Euclidiano de Apresentado da Matemática

Numa palestra proferida em 1973 o professor Manfredo Perdigão do Carmo afirmou que "um dos maiores mal-entendidos do ensino da Matemática proveio da adoção dos livros de Euclides ou de pequenas modificações deles, no ensino de Geometria". Dentre outras considerações ele afirma que "a formalização global por ele obtida do volume de fatos geométricos conhecidos ate então foi uma obra de gênio, melhor compreendida por filósofos e pensadores do que por jovens estudantes".

Nessa afirmação o professor Manfredo refere-se à **formalização** obtida por Euclides em sua obra. Tenho notado que este termo tem sido usado por nós, professores de Matemática, com diferentes acepções, sendo algumas inadequadas. Por essa razão dedico a parte inicial do quarto capítulo para esclarecer o sentido desse termo, no contexto euclidiano. Portanto, na dissertação, entende-se por formalização o modo de organizar o conhecimento matemático que tem como modelo os "Elementos".

A seguir mostro como esse modelo tem marcado o ensino de Matemática em todos níveis. Esse molde se revela tanto na organização interna de cada capítulo, quanto na organização do currículo tradicional como um todo.

Neste, se o conteúdo A é pré-requisite lógico (no sentido euclidiano) para B, então A vem antes de B. Nesse modelo, aprender Matemática tem como imagem subir uma escada. Tenho notado que esta forma de organizar os conteúdos matemáticos não está só no papel em que são impressos livros e currículos. Ela cristalizou-se também nas nossas cabeças.

Através de uma série de exemplos procuro mostrar como a formalização esconde o processo de construção da Matemática. Como consequência dessa ocultação, na apresentação formal, a Matemática se mostra a-histórica, fechada em si mesma, a-temporal e independente dos homens. Separa-se do mundo-vida, desliga-se dos contextos que dão significado às suas idéias. A formalização, ao organizar as idéias matemáticas ordenando-as exclusivamente segundo o critério da precedência lógica, elimina todos os demais aspectos - psicológicos, culturais, sócio-econômicos - envolvidos na criação da Matemática. Vê-se assim a relação existente entre o modelo

formal euclidiano de apresentação da Matemática e a concepção platônica da mesma, caracterizada no capítulo anterior.

5. A Compreensão que Nós, Professores, Temos da Matemática

Compreensão, aqui, não se restringe ao domínio de conteúdo. Mais que isso, estou me referindo à maneira como sentimos, interpretamos e concebemos a Matemática; ao modo como a vemos e a captamos, ao significado que ela tem para nós. Refino-me ao que pensamos sobre ela, àquilo que achamos que a Matemática é, ao modo como ela se revela para nós e, sobretudo, refiro-me à maneira de nos colocarmos e nos comportarmos diante dela.

A consciência que tenho dessa compreensão é resultante de minha relação com os colegas; provém de nossos incontáveis diálogos, sobretudo daqueles em que discutimos certas dúvidas, de conteúdo matemático, que são comuns à grande maioria dos professores, tais como: o número 1 é primo? Retas coincidentes são paralelas? Por que $3^0 = 1$? Quadrado é retângulo?

Destaco a seguir alguns aspectos significativos relativos à compreensão que temos da Matemática.

- Quando discutimos certas dúvidas, a estranheza, a incredulidade e a desconfiança dos colegas se manifestam diante de um discurso que eles não reconhecem como sendo um discurso matemático.

- Isso acontece na discussão das questões cujo esclarecimento exige a construção das idéias matemáticas.

- Temos dificuldade em perceber as idéias matemáticas em evolução; os conceitos nos parecem estáticos. Esse sentimento se explica, uma vez que a evolução das noções matemáticas só é percebida quando concebemos a Matemática como conhecimento historicamente construído e que se reconstrói na cabeça de cada aprendiz.

- A não-percepção de que os conceitos se transformam, isto é, a visão estática dos mesmos e nossa dificuldade em lidar com diferentes idéias, com variados modos de enxergar um mesmo objeto matemático, dificultam nossa ação pedagógica, porquanto, na sala de aula comparecem todos esses ingredientes - quer tenhamos, ou não, consciência dos mesmos.

- Na concepção platônica da Matemática os conceitos e as idéias mostram-se estáticos, rígidos, sem possibilidade de se transformarem e, por isso, de relativizarem.

Sendo permanentes, imutáveis, absolutas, as idéias matemáticas transformam-se em dogmas.

- Com a falta de flexibilidade e o dogmatismo, tão comuns entre nós, os professores de Matemática, sem dúvida se relacionam com nossa visão estática e rígidas acerca das idéias matemáticas.

- Uma vez que os conceitos matemáticos se transformam, evoluem, se modificam, ganham novos significados, a sua compreensão exige que se possa voltar sempre a eles, em diferentes momentos da aprendizagem. O modelo formal, linearizando a apresentação da Matemática e gerando o "currículo escada", onde cada tema é posto num degrau e ai se esgota, impede essa retomada. O que fica para trás torna-se "elementar" e transforma-se apenas em pré-requisito para o que vem adiante.

6. Os Sentimentos das pessoas em relação à Matemática

As pessoas que freqüentaram a escola de 1º grau conviveram pelo menos 8 anos com a Matemática; como a carga horária dessa disciplina só não é maior que a da língua materna, percebe-se que essa convivência foi, sem dúvida, significativa. A prática mostrou-me que as pessoas têm o que dizer a respeito dessa experiência e que sentem necessidade de fazê-lo. Na dissertação apresento uma série de depoimentos em que as pessoas falam dessa vivência. Esses relatos foram divididos em dois grupos: as experiências estimulantes com a Matemática, num 1º grupo e, no 2º, as experiências frustrantes.

Os primeiros mostram que há pessoas que gostam de Matemática, que se divertem com ela, que sentem prazer em resolver problemas. Os depoimentos do 2º grupo revelam o reverso da medalha, e a prática tem-me convencido de que as pessoas do 1º grupo são exceções muito raras.

Quando alguém manifesta seu desagrado diante da Matemática, costumo perguntar-lhe: "por que você não gosta de Matemática?" Na dissertação apresento uma lista das respostas mais freqüentes e discuto algumas delas.

Ainda no sexto capítulo aponto alguns aspectos que são peculiares ao fracasso do ensino de Matemática e que emergem dos diálogos com as pessoas.

A análise do exposto ao longo do capítulo 6 evidenciou estes aspectos significativos:

- O contato com a Matemática nos bancos escolares marca as pessoas de

alguma forma.

- Para a maioria das pessoas essa experiência foi frustrante e, para muitas delas, o estigma devido ao fracasso acompanha-as ainda depois de muitos anos.

- As pessoas têm necessidade de falar sobre suas experiências negativas com a Matemática.

- Dentre as razões que elas apontam para explicar seu insucesso diante da Matemática, destacam-se estas:

- as coisas que lhes foram apresentadas nas aulas de Matemática careciam de significado, não tinham sentido, eram sem nexo;

- falta de um contexto não matemático que situasse a Matemática entre as coisas dos homens;

- autoritarismo e dogmatismo de seus professores de Matemática.

- Dentre as pessoas que freqüentaram o antigo curso ginasial e bastante comum a declaração de que os teoremas lhes eram incompreensíveis.

- É muito freqüente ouvir-se delas que não entendiam porque se usavam letras na Matemática.

- O insucesso do ensino da Matemática destaca-se, no fracasso geral da educação, por algumas especificidades. Estas relacionam-se com o "status" cultural da Matemática e com o modelo formal euclidiano que inspira o ensino de Matemática.

7. O Modelo Formal de Apresentação da Matemática e o Fracasso do Ensino e Aprendizagem da Matemática

No sétimo e último capítulo reúno os elementos trabalhados nos capítulos anteriores, relacionando os aspectos significativos que foram apontados. Essas relações mostram uma estreita vinculação entre as características do modelo formal e a compreensão que os professores têm da Matemática; mostram também como as conseqüências decorrentes na concepção platônica se refletem nos ressentimentos das pessoas em relação à Matemática. Através dessas relações pode-se perceber ainda como as características do modelo formal e as conseqüências da referida concepção prejudicam a ação pedagógica do professor e como isto se reflete na aprendizagem dos alunos.

Essa vinculação entre o modelo formal euclidiano de apresentação da Matemática e o fracasso do ensino de Matemática é de tal forma estreita a ponto de se poder afirmar que o modelo formal está na essência do fracasso.

Encerro a dissertação fazendo algumas considerações a respeito da afirmação anterior, que responde à questão central do trabalho, apresentada no primeiro capítulo.

8. Sobre a Bibliografia

Farei aqui uma classificação das obras relacionadas na dissertação.

a) Ao longo de minha carreira profissional e antes do início do curso de pós-graduação, alguns livros tiveram papel relevante na transformação de minhas concepções acerca da Matemática e de seu processo de ensino e aprendizagem. Dentre estes destaco:

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa, 1975.318 p.
COURANT, R. & ROBBINS, H - ¿Que es la Matemática? 4ª ed. Madrid, Aguilar, 1964.533p.

DANTZIG, Tobias. **Número: a Linguagem da Ciência**, tradução de Sérgio Goes de Paula. 4 ed. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1970.283p.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**; tradução de Paulo Moreira da Silva, Roberto Bins e Henrique Carlos Pfeifer. 2ª ed., 3ª imp. Porto Alegre, Editora Globo, 1970. 762p. ilus. graf.

KARLSON, Paul. **A Magia dos Números; tradução de Henrique Carlos Pfeifer**, Eugenio Brito e Frederico Porta. Porto Alegre, Editora Globo, 1961.608p. ilus. graf.

b) Textos utilizados nos cursos do programa de pós-graduação, como por exemplo:

AABOE, Asger. **Episódios da História Antiga da Matemática**; tradução de João Bosco Pitombeira de Carvalho. Brasília, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.170p.

AEBLI, Hans. **Didática Psicológica: Aplicação à Didática da Psicologia** de Jean Piaget; tradução de João Teodoro d'Olim Marote. 3ª ed. São Paulo, Ed. Nacional, 1978.196p.

BARKER, Stephen F. **Filosofia da Matemática**; tradução de Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1976.141 p.

BICUDO, Maria Aparecida V. **Educação, Ensino e Aprendizagem**. in SAPO - Serviço Ativador em Pedagogia e Orientação, Depto. Matemática e Estatística, UNESP, Rio Claro, 1978. 22p.

BICUDO, Maria Aparecida V. **Fundamentos Éticos da Educação**. São Paulo, Cortez Editora: Autores Associados, 1982. 119p.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**; tradução Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.488p.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**; introdução de Gian Carlo Rota, tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985. 481 p.

EVES, Howard. **An introduction to the history of mathematics**. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1964.439p.

PIAGET, Jean et alii. **L'enseignement des mathématiques**. Neuchâtel, Delachaux & Niestlé S.A., 1955.173p.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**; tradução de Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.196p. 31 ilus.

c) Obras estudadas e consultadas na fase de redação desta dissertação. Destaco as seguintes:

ASHURST, F. Gareth. **Fundadores de las matemáticas modernas**. Madrid, Alianza Editorial, 1985.195p.

EUCLIDES. **The thirteen books of Euclid's elements**; translated by Sir Thomas L. Heath. Chicago, Encyclopaedia Britannica Inc., 1978. 396p.

FEHR, Howard F. (org.). **Educação Matemática nas Américas**; tradução de Adalberto P. Bergamasco e L. H. Jacy Monteiro. Segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática, Lima (Peru), 1966. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1969.341 p.

GERDES, Paulus. **Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico**. Dissertação de Doutorado em Filosofia no Instituto Superior Pedagógico "Karl Friedrtch Wilhelm Wander". Dresden (RDA), 1986.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade**: uma Tentativa de Caracterização da Relação que Transcenda uma Visão Formal. Dissertação de Mestrado em Filosofia da Educação. Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 1981.

MARTINS, Joel; BICUDO, Maria Aparecida V. **A Pesquisa Qualitativa em Psicologia**: Fundamentos e Recursos Básicos. São Paulo, Editora Moraes (no prelo).

UNESCO. **Terceira Conferência Interamericana sobre Educación Matemática**. Bahia Blanca, 20-25 noviembre, 1972. Buenos Aires, INEC - Ministerio de Cultura y Educación, 1972.43p.

UNESCO. **Educación Matemática en las Américas** - III Informe de la tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática. Bahia Blanca, 21-25 noviembre, 1972. Montevideo, UNESCO, 1973. 268p.

UNESCO. **Nuevas Tendencias en la Ensenanza de la Matemática**. Vol. III. Paris, Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 1973.171p.

UNESCO. **Educación Matemática en las Américas** - V. Quinta Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática - Campinas. Montevideo, UNESCO, 1979.256p.

UNESCO. **Nuevas Tendencias en la Enseñanza de la Matemática.** Vol. IV. Paris, Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 1979.323p.

d) Livros didáticos utilizados na elaboração do 3º capítulo.

e) Videografia correspondente aos programas de Matemática dos Telecursos 1º e 2º graus.