2 BOLEMA

ANO 1-NÚMERO 2
EDIÇÃO PRIMAVERA 85

BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA - UNESP - RIO CLARO - SP.

ENTREVISTA: PROFESSOR HASSLER WHITNEY *

*O professor Hassler Whitney é americano, 78 anos, doutorou-se em Havard University onde foi professor. Acerca de trinta anos se tornou professor emérito do "Institute For Advanced Studies" em Princeton, Estados Unidos. Entre vários prêmios recebidos é detentor do prêmio da Fundação Wolf e do prêmio Steele da "American Mathematical Society" tendo sido considerado por essa sociedade como o maior matemático deste século. É também uma das poucas pessoas a ter sua biografia publicada em vida na Enciclopédia Britânica.

Nos últimos doze anos ele tem se preocupado com a Educação Matemática, em especial no seu nível elementar. Já veio ao Brasil algumas vezes para apresentar suas idéias. Em sua última visita esteve em Rio Claro durante quatro dias quando tivemos a oportunidade de, entre outras atividades, entrevistá-lo para o Bolema.

Eliane Scheid Gazire
Irineu Bicudo
** Marcelo de Carvalho Borba

1) O que é Matemática?

Em uma questão difícil como essa, é comum não distinguir entre dois aspectos muito diferentes: o objeto que se tenta definir e as palavras usadas para "defini-lo".

Ao se debater "O que é Deus?", o objeto, e sua existência, são pensados de maneiras muito distintas; há, comumente, semelhança suficiente de modo que se discute como se houvesse apenas um claro objeto sendo considerado. Essa hipótese garante que a discussão não dará frutos.

"O que é Matemática?" não tem tido uma resposta clara, uma vez que o "objeto" não é claro. Uma "definição" comum de matemática é "aquilo que os matemáticos fazem". Ela é, obviamente, variável. Aceito essa resposta, mas prefiro discutir o "raciocínio matemático", isso sendo (para mim) mais útil. O caso é o mesmo para qualquer assunto (ou situação); exige apenas clareza e precisão (que deve ser inerente à situação),

2) Quais os fins da Educação Matemática?

Se mudarmos para "raciocínio matemático", ele é, evidentemente, de extrema importância em muitas fases da vida. Desse modo, qualquer discussão sadia dos propósitos da educação deve inclui-la. Uma afirmação curta é: o crescimento do raciocínio matemático é básiso para a vida de cada um.

O termo "pensamento crítico" pode ser visto como estendendo as situações que estão sendo estudadas novos domínios ou direções.

Um outro objetivo é usar descobertas para ajudar os objetivos humanos. Para isso, melhoria na comunicação e na cooperação, é naturalmente, de grande importancia. Todos os poderes humanos aqui envolvidos crescem principalmente através de seu uso. Assim uma meta principal da educação deve ser ajudar o crescimento dos estudantes. Alguma transmissão de idéias é, é claro, com método básico. Mas, da mais alta prioridade é o crescimento humano e nós falhamos com o estudante quando isso é feito de modo a ferir seu crescimento natural. A capacidade de raciocinar e de aprender das crianças muito jovens é fenomenal; a atitude escolar normal, presentemente, de pressionar para "aprender", nos Estados Unidos da América, para "obter sucesso" tem consequências catastróficas para o grupo de jovens.

3) O que é aprender/ensinar Matemática?

"Professores são pessoas que ensinam. Eles devem ensinar aos estudantes". Esse é um "meio pensamento" comum, começa por fazer algum sentido e é abandonado antes que se tenha qualquer conclusão sadia sobre qualquer situação clara. É usado, comumente, para fazer pressão sobre os outros e para conduzi-los à subserviência.

Se desejarmos que a geração mais jovem floresça (incluindo nossos próprios filhos), usaremos raciocínio claro e continuaremos com ele; tópicos difíceis nunca são completamente tratados.

Para mim, "ensinar" significará "facilitar a aprendizagem", assim preferimos esse termo. E "aprendizagem" será uma abreviação de trabalhar para o objetivo básico que inclui "aprendizagem" no sentido de adquirir informação.

4) Quais são os problemas da Educação Matemática na Escola de 1.o grau? E no 2.o grau, são os mesmos?

A lacuna entre a escolarização normal e as verdadeiras necessidades dos estudantes é extrema. O problema básico de facilitação do verdadeiro crescimento, há pouca diferença nos diferentes níveis como os problemas aparecem na escola está discutido em meu artigo "Taking responsability..." e como os profissionais não estão se saindo bem no ataque a esses problemas é tratado em "Coming Live..."

Os pormenores do que acontece na escola são de pouca importância, comparados ao fracasso básico dos estudantes para tornarem-se vivos e crescerem. Como profissionais, podemos discutir todas as questões pormenorizadas que quisermos; isso pode ajudar-nos em nossa própria vida. Mas a omissão de um foco forte nos problemas mais profundos das crianças está causando seu fracasso continuado para herdar uma boa vida futura.

5) Quais são as idéias fundamentais da Matemática que devem ser trabalhadas na escola?

Finalmente, procurar as idéias fundamentais de natureza matemática (o que inclui ciência engenharia e muitos outros campos) ~~um~~ bom modo de manter-se vivo e crescer. Essas idéias incluem, é claro, as propriedades do sistema de número reais e seu uso de todos os modos. Melhor do que aplicar o sistema de números reais a quantidades físicas é trabalhar diretamente com essas quantidades; isso é um excelente exemplo de "raciocínio matemático" discutido em alguns de meus artigos (e usado por físicos, engenheiros, etc, em muito de seu trabalho).

O currículo da escola ordinária e da universidade "cobre" esse material de um modo satisfatório/se permitíssemos a nossos estudantes viverem e fazerem uso, de fato, de seus poderes naturais, eles deviam ir muito além desse material de modo criativo. Muitos não o farão; mas será porque seus interesses se desenvolvem em direções diferentes.

A diferença entre o que é e o que poderia ser é extrema. O problema de corrigir essa situação é enorme, sendo social e político tanto quanto intelectual.

* Prof.o da Princeton University - USA
Prof.a de Centro Pedagógico - UFMG - Aluna do Mestrado em Ensino de Matemática - Rio Claro (Entrevistador)
Prof.o do Curso de Pós Graduação-Mestrado em Ensino da Matemática IGCE - UNESP - Rio Claro (tradutor e redator das respostas).
**Aluno do Mestrado em Ensino da Matemática - UNESP-Rio Claro (Entrevistador).

EDITORIAL

O que estamos fazendo agora é interagir com o mundo, não somos máquinas fotográficas ou xerox.

Projetamos, interpretamos, modificamos e reformulamos de acordo com nossas idéias acumuladas anteriormente. No entanto, como sabemos que o mundo (governo, guerra, religião, etc...) age sobre nós, muitas idéias são alteradas, incorporando-se as novas informações recebidas.

O BOLEMA esta-ai-no-mundo. Contamos com você.

JOSÉ GERALDO ACIOLY
Professor do Departamento de Matemática da UFPI
Aluno do Mestrado em Ensino de Matemática - Unesp - Rio Claro.

EDUCAÇÃO

A construção do numero

Maria Cecília de Oliveira Micotti

Nem todas as crianças que contam, até dez ou vinte, por exemplo, dominam o significado do número. Muitas misturam quantidade com forma, tamanho e distribuição espacial. Dizem que há mais objetos quando estes estão espalhados do que quando estão bem próximos uns dos outros. Entretanto, a compreensão do número implica saber que a quantidade independe da disposição espacial dos elementos. Há crianças que, por exemplo, diante da configuração:-

o o
o
o o

respondem: - cinco ou escrevem 5, mas não tem certeza se esta coleção tem a mesma quantidade de elementos que esta:-

o o o o o

ou esta:-

O O O O O

É preciso diferenciar compreensão do número de decoração ou de correspondência entre a palavra falada um, dois, três... e objetos enfileirados.

A elaboração do número pela criança vai além da contagem decorada ou da cópia de numerais, vai além de exercícios de correspondência entre pequenos grupos de figuras e numerais. Este trabalho envolve várias atividades. Entre estas destacam-se as de:-

- Identificar as propriedades das coisas (verde, azul, brinquedo, não brinquedo, etc).
- Estabelecer vários tipos de relações entre seres e objetos, tais como: - correspondência por uso (pires e xícara), por parentesco (mãe e filho) por tamanho (maior e menor) por ordem (primeiro segundo...) etc.
- Representar coisas e situações através de suas próprias imagens desenhadas.
- Representar abstraindo as propriedades das coisas por exemplo, substituindo coisas por desenhos que em si mesmos não as retratam mas, as lembram segundo acordo feito entre as pessoas quanto às regras do jogo. É o que ocorre quando combinamos: - faz de conta que esta bolinha que vou desenhar é o gato e este pauzinho é o cachorro, etc.

Para os pais e para quem trabalha em educação pré-escolar ou em séries iniciais vale lembrar a importância das atividades espontâneas, àquelas que são desenvolvidas, naturalmente pelas crianças, por exemplo, quando brincam com tampinhas, palitos, caixinhas, etc. Todos conhecem a atração que uma caixa de badulaques exerce sobre elas, são capazes de passar muito tempo distraidas, mexendo com as coisas. Estas atividades constituem sérios trabalhos de pesquisa. A observação cuidadosa revela a ocorrência de exploração, de comparação, de experimentação, etc.

A ação espontânea por corresponder as necessidades e interesses pessoais, isto é, à curiosidade de cada um tem papel importante no desenvolvimento do raciocínio. Através dela a criança vai aprender a contar e vai construir, realmente, o conceito de número.

* Professora do Departamento de Educação do Instituto de Biociências.
Professora de Didática do curso de Pós-Graduação em Ensino da Matemática.

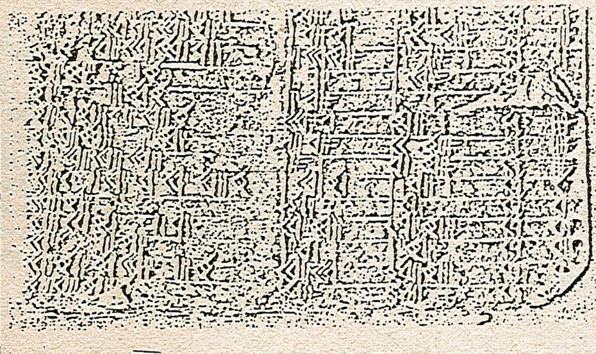
A ediçao deste numero foi coordenada por:
Eliane Scheid Gazire (UFMG)
José Geraldo Acioly (UFPI) e
Luiz Roberto Dante (UNESP- RIO CLARO)

A MATEMÁTICA NA BABILÔNIA: UMA RECONSTRUÇÃO DO PASSADO

(Continuação)

Irineu Bicudo

1 - Voltaremos, agora, nossa atenção a um tijolinho cuja natureza matemática havia sido subestimada até o trabalho de Neugebauer e Sachs. Esse tijolinho pertence à Coleção de George A. Plimpton, Biblioteca de Livros e Manuscritos Raros da Columbia University e é usualmente chamado Plimpton 322 - FIG. 5.



O lado esquerdo do tijolinho sofreu o efeito da erosão e vestígios de cola moderna na extremidade esquerda sugere que uma porção que estava ali conectada foi perdida ou roubada. Como esse tijolinho foi comprado em um mercado, podemos apenas conjecturar sobre suas verdadeiras origens e data, enquanto o estilo sugira algo em torno de 1600 a.C., o mais tardar. Como a maior parte de tais tijolinhos, suponha-se tratar de uma contabilidade comercial ou de um relatório de inventário. Tentaremos mostrar porque cremos algo diferente.

2 - Na FIG. 6 transcrevemos o que se encontra em Plimpton 322 na notação que vínhamos adotando. Reproduzimos as três principais colunas que denominaremos A, B e C. Há pedaços faltando na coluna A devido à erosão.

Vemos que os números em A decrescem continuamente. Notamos que alguns numerais em A são curtos, outros são longos, aparentemente ao acaso. Em contraste, todos os numerais de B e C são curtos e não vemos qualquer evidência de monotonicidade geral.

Plimpton 322

Column *A*	Column *B*	Column *C*
15	1/59	2/49
58/14/50/6/15	56/7	3/12/1
1/15/33/45	1/16/41	1/50/49
5 29/32/52/16	3/31/49	5/9/1
48/54/ 1/40	1/5	1/37
47/ 6/41/40	5/19	8/1
43/11/56/28/26/40	38/11	59/1
41/33/59/ 3/45	13/19	20/49
38/33/36/36	9/1	12/49
35/10/2/28/27/24/26/40	1/22/41	2/16/1
33/45	45	1/15
29/21/54/ 2/15	27/9	48/49
27/ 3/45	7/12/1	4/49
25/48/51/35/6/40	29/31	53/49
23/13/46/40	56	53

FIG. 6

3 - A FIG. 7 mostra as colunas B e C traduzidas para os numerais arábicos. Vemos que B é ~~menor~~ do que C com duas exceções. Lidando um pouco mais com esses números, vemos que B contém um único número primo, o 541, enquanto que C contém oito números primos. Quando temos em conta que, entre os 20.000 primeiros números naturais, há cerca de 2 300 primos, ou seja, aproximadamente 10 por cento, entre 15 números escolhidos ao acaso nesse intervalo poderíamos esperar um ou dois, porém não certamente OITO primos. Isso nos diz, imediatamente que esse tijolinho é matemático e não meramente aritmético.

Encorajados por esse fato, tentamos achar mais padrões visíveis, combinando, por exemplo, as colunas B e C de vários modos.

Uma das primeiras tentativas é coroada de sucesso.

B	*C*
119	169
3367	11521
4601	6649
12709	18541
65	97
319	481
2291	3541
799	1249
541	769
4961	8161
45	75
1679	2929
25921	289
1771	3229
56	53

FIG. 7

4 - Na FIG. 8 mostramos os resultados de $B + C$ e de $B - C$. Com um pouco de sensibilidade aritmética é possível constatar que, na maioria dos casos, os números são o dobro de quadrados perfeitos. Se fizermos

$$C + B = 2a^2 \text{ e } C - B = 2b^2, \text{ então } B = a^2 - b^2 \text{ e } C = a^2 + b^2.$$

Desse modo, os elementos dessas colunas deveriam ser gerados a partir de hipotéticos pares de inteiros (a, b). Notemos, de passagem, que, como $B = (a - b)(a + b)$, B não poderia ser primo; por outro lado, quando a e b forem relativamente primos, todo primo da forma $4N + 1$ poderá ser expresso como $a^2 + b^2$.

C + B	*C − B*
288	50
14888	8154
11250	2048
31250	5832
162	32
800	162
5832	1250
2048	450
1310	228
13132	3200
120	30
4608	1250
26210	−25632
5000	1458
109	−3

FIG. 8

5 - Na FIG. 9 recopiamos as colunas B e C juntamente com o hipotético pár (a, b) apropriado nos casos em que tal representação se tornou possível.

Como uma confirmação a mais de que estamos na trilha certa, notemos que, em todo par, os números a e b são ambos "bons", i.e., fatoráveis em termos de 2,3 e 5

Em CINCO casos o padrão não funcionou e não pudemos encontrar o par correspondente. Será mais uma confirmação se pudermos explicar tais discrepâncias como erros cometidos pelo escriba que produziu o tijolinho.

B	*C*	(a, b)
119	169	12, 5
3367	11521	?
4601	6649	75, 32
12709	18541	125, 54
65	97	9, 4
319	481	20, 9
2291	3541	54, 25
799	1249	32, 15
541	769	?
4961	8161	81, 40
45	75	?
1679	2929	48, 25
25921	289	?
1771	3229	50, 27
56	53	?

FIG. 9

6 - Começaremos com uma hipótese simples e suporemos que B e C tenham sido computados independentemente a partir do hipotético por (a, b) com alguns erros cometidos, mas que cada erro afete apenas um dos números em cada linha. Assim, em cada um dos cinco casos, suporemos que um dos dois números B ou C está correto e o outro, incorreto. Iremos, então, tentar recuperar o elementos correto. Como não sabemos o par hipotético correto (a, b), devemos achá-lo. Por causa da evidência, no resto da tábua, insistimos que um par aceitável deva ser composto de "bons" sexagesimais.

Comecemos pela 9.ô linha.

9.a linha: Aqui, $B = 541$, o único primo dessa coluna. Assumiremos B incorreto e C correto. Então $769 = C = a^2 + b^2$, o que tem, como única solução, o par (25, 12), ambos "bons" sexagesimais. Com isso, teriamos $B = 25^2 - 12^2 = 481$ e não 541 como dado. Há uma explicação ÓBVIA para o erro cometido pelo escriba? SIM. Na notação convencionada, $541 = 9/1$, enquanto que $481 = 8/1$. Assim, a anomalia nessa linha parece ter sido apenas um erro de cópia.

13.a linha: Aqui, $B > C$, contrariamente ao padrão. Suponhamos, então B incorreto e C correto. Agora $C = 289 = a^2 + b^2$, para o que há uma única solução "boa" (15, 8), o que dará $8 = 15^2 - 8^2 = 161$.

De novo, se procurarmos explicações ÓBVIAS para o valor incorretamente dado, 25 921, uma resposta parcial será imediata: $(161)^2 = 25921$, i.e., por alguma razão o escriba registrou o QUADRADO do valor correto para B.

15.a linha: Como $B = 56 > 53 = C$, estamos fora do padrão. No entanto, não é claro se B é muito grande ou C, muito pequeno. Numa primeira tentativa, suponhamos C correto. Resolvendo $53 = a^2 + b^2$, obtemos a única solução (7, 2); mas 7 não é um "bom" sexagesimal e rejeitamos esse caso. Supondo, a seguir, B correto teremos $56 = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, para o que há duas soluções, (15, 13) e (9, 5). Rejeitamos a primeira e fazendo uso da segunda, obtemos $C = 9^2 + 5^2 = 106$.

Assim, em lugar de 106, o escriba anotou 53, ou seja, a METADE do valor correto.

2.a linha: Temos $B = 3367$ e $C = 11521$, qualquer um deles podendo ser o correto. Para $C = a^2 + b^2$ achamos as soluções (100, 39) e (89, 60), rejeitando ambas. Consideramos, nesse caso, correto o valor de B. Escrevendo $3367 = (a - b)(a + b)$ e fatorando 3367 de todos os modos, encontramos quatro pares: (1684, 1683) (244, 237), (136, 123) e (64, 27), dos quais podemos aceitar apenas o último. Isso dará $C = 64^2 + 27^2 = 4825$. Comparando com o valor dado, 11521, não temos nenhuma explicação simples para o erro. Por exemplo, $4825 = 1/20/25$ e $11521 = 3/12/1$, o que não justificará um erro de cópia. Essa falta de explicação abala um pouco nossa confiança na reconstrução dessa linha.

11.a linha: $B = 45$ e $C = 75$. Isso não é usual por ser o único caso em que B e C tem um fator comum. O padrão somas-e-diferenças-de-quadrados falha, pois nem $C + B = 120$, nem $C - B = 30$ é o dobro de um quadrado. Entretanto, tudo se aclara quando voltamos à notação na base 60 e recordamos o uso do ponto fluante, pois $120 = 2/0$, que é o dobro de $1/0$ e que pode ser escrito como 1, o que é, claramente, um quadrado perfeito. Do mesmo modo, 30 é duas vezes 15, que é também 4^{1} — o quadrado de 2^{1}. Assim o padrão é preservado e nenhuma correção é necessária; com $a = 1 = 1/0$ e $b = \frac{1}{2} = 2^{1} = 30 = 0/30$, teremos $a^2 = 1/0$ e $b^2 = 0/15$ e

$$C = a^2 = b^2 = 1/0 = 0/15 = 1/15 = 75 \text{ e}$$
$$B = a^2 = b^2 = 1/0 = 0/15 = 0/45 = 45$$

Com isso concluimos o trabalho editorial sobre o tijolinho.

Na FIG. 10 damos a tábua correta para as colunas B e C, com os pares (a, b) apropriados, a partir dos quais B e C foram calculados.

Corrected Version

B	*C*	(a, b)
119	169	12, 5
3367	4825	64, 27
4601	6649	75, 32
12709	18541	125, 54
65	97	9, 4
319	481	20, 9
2291	3541	54, 25
799	1249	32, 15
481	769	25, 12
4961	8161	81, 40
45	75	1, $\frac{1}{2}$
1679	2929	48, 25
161	289	15, 8
1771	3229	50, 27
56	106	9, 5

FIG. 10

CONTINUAÇÃO DA PÁGINA 2

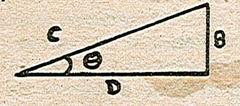
7 - E, agora, tempo de abordar a segunda questão canônica — (b): qual o propósito por trás desse tijolinho? A especulação nesse sentido é menos restrita, uma vez que o caminho não está bem demarcado.

Podemos começar perguntando se números da forma a^2-b^2 e a^2+b^2 tem quaisquer propriedades especiais. É claro que, assim fazendo, corremos o risco de olhar para a Babilônia antiga do ponto de vista do século XX em lugar de fazê-lo do ponto de vista autóctone. Apesar disso, uma relação é extremamente sugestiva envolvendo álgebra e geometria.

Para quaisquer números (inteiros) a e b.

$$(a^2-b^2)^2+(2ab)^2=(a^2+b^2)^2$$

Em adição, se introduzirmos D = 2ab, então B, C e D formam os lados de um triângulo retângulo com $B^2+D^2=C^2$ Finalmente, essas fórmulas geram TODAS os ternas pitagóricos a partir dos parâmetros inteiros (a, b)



$B=a^2-b^2$ D = 2ab
$C=a^2+b^2$

Se o tijolinho estiver, de fato, ligado a essa observação, então os números da desconhecida coluna A devem estar conectados, de algum modo, ao mesmo triângulo. Então, o próximo passo é proceder como anteriormente e tentar combinações diferentes de B, C e D e esperar que alguma delas se aproxime dos elementos da coluna A.

Calculamos C ÷ B, C ÷ D, B ÷ D, etc e, depois de muitas falhas, chegamos à combinação $(B \div D)^2$

8 - Na FIG. 12, damos os valores dessa expressão, calculados a partir dos valores corretos de B e usando os valores hipotéticos de (a, b) para achar D.

Calculated Values of $(B \div D)^2$

1	59/0/15
2	56/56/58/14/50/6/15
3	55/7/41/15/33/45
4	53/10/29/32/52/16
5	48/54/1/40
6	47/6/41/40
7	43/11/56/28/26/40
8	41/33/45/14/3/45
9	38/33/36/36
10	35/10/2/28/27/24/26/40
11	33/45
12	29/21/54/2/15
13	27/0/3/45
14	25/48/51/35/6/40
15	23/13/46/40

FIG. 12

Se retornarmos à FIG. 6 e compararmos os numerais dados aí na coluna A com os que aparecem na FIG. 12, veremos que há uma concordância quase total. Por exemplo, na 10.a linha temos a exata duplicação de um sexagesimal com 8 "dígitos".

Há duas pequenas discrepâncias: na 13.a linha, o tijolinho não exibe o "0" interno que aparece na FIG. 12. Na 8.a linha, o escriba escreveu um "dígito" 59, quando deveria ser um par de "dígitos" consecutivos 45/14, cuja soma é 59.

Desse modo, temos o relacionamento das colunas A, B e C: C é a hipotenusa, B, um cateto (vertical) e A, $tg^2\theta$.

Como, por exemplo, nas linhas 2, 9, 13 e 15 o escriba gravou corretamente valores corretos para A, mas incorretos para C, B, B e C, respectivamente, fica a forte sugestão de que A não era calculado diretamente a partir de B e C, mas que A, B e C eram todos calculados independentemente a partir de dados que não aparecem no tijolinho e nosso par hipotético (a, b) ganha vida. Tudo, no entanto, que podemos afirmar sem controvérsia é que $A = B^2 \div (C^2 - B^2)$.

9 - De qualquer modo, na História da Ciência não há resolução final do enigma. Entretanto, qualquer uma dessas reconstruções, se correta, lança luz sobre o grau de sofisticação dos matemáticos babilônicos e sobre o que, caso contrário, seria tediosa aritmética.

Encerramos com as seguintes palavras de Neugebauer: "Nos corredores do Museu Metropolitano de Nova York está pendurada uma tapeçaria magnífica que conta a fábula do Unicórnio. No final, vemos o miraculoso animal capturado, graciosamente resignado a seu destino, em um recinto cercado por pequena e perfeita cerca. Isso pode servir como um modelo para o que tentamos aqui. Eregimos com artifício, a partir de pequenos pedaços de evidência, a cerca para encerrar, esperamos, o que nos apresenta como uma criatura viva. A realidade, no entanto, pode ser vastamente diversa do produto de nossa imaginação; talvez seja vão aspirar por algo mais do que uma imagem que agrade a mente construtora, quando tentamos restaurar o passado". (The Exact Sciences in Antiquity - pág. 177)

* Prof.o do Curso de Pós-Graduação - Mestrado em Ensino da Matemática IGCE - UNESP, Rio Claro.

PROBLEMAS CURIOSOS

SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS PROPOSTOS NO BOLEMA N.o 01

JOSÉ RUBENS BERTAZZOLI

1) Um rapaz estava viajando pelos Estados Unidos e em dado momento ficou sem dinheiro. Então resolveu mandar um telegrama para o seu pai, pedindo dinheiro. Mas como a "grana tava tão curta" ele teve que economizar ao enviar a mensagem. A mensagem que ele enviou foi a seguinte:

```
 SEND
 MORE
-----
MONEY
```

A sua tarefa é "traduzir" as letras em números, sabendo-se que:

- letras iguais - correspondem à números iguais
- a operação efetuada foi uma adição.

SOLUÇÃO:

1 - A letra "S" somada a "M" terá que dar um número de dois algarismos. Ora, como se sabe numa soma de duas parcelas só é possível "M" = 1, isto porque mesmo que todas as letras tivessem o valor máximo, igual a 9 nunca se poderia chegar a 20. O maior número alcançado seria 19. Se "M" é igual a 1, teremos

```
 SEND
 1ORE
-----
1ONEY
```

2 - Considerando a palavra MONEY, a soma "S" + "M" tem que dar um número de dois algarismos. Sendo "M" = 1, o valor de "S" só poderá ser 8 ou 9 e, nestes casos, teríamos três hipóteses:

a) Caso "S" seja 9 e o "O" seja zero

```
 9END
 1ORE
-----
10NEY
```

b) Caso o valor de "S" somado a "M" seja superior a 10. Sendo "M" = 1, "S" teria que ser 9 e viraria 1 da soma anterior "E + O":

```
 9END
 1ORE
-----
11NEY
```

Esta hipótese não é possível pois, já sendo "M" = 1, o "O" não poderia mais se-lo.

c) Caso "S" seja igual a 8.

```
 8END
 1ORE
-----
1ONEY
```

Esta hipótese também não é aceitável pois somando o "M" (que é 1) não daria um número de dois algarismos. Para ser assim, teria que vir 1 da soma entre "E + O". Para vir 1, a soma "E + O" teria que ser mais que 12. Menor não pode, pois "M" = 1 e "O" = zero (como veremos logo adiante), o "N" não poderia ser igual a um deles. Teria que ser 2 ou mais. Agora, dando um valor máximo arbitrário a "E", este somando a "O" (que é zero) nunca daria 12.

```
 89ND
 1ORE
-----
1ONEY
```

Logo, só a hipótese (a) é viável. Concluimos que a letra "S" = 9 e que "O" = zero.

3 - Qual o número correspondente a letra R?

Tomemos em consideração que "E" tem valor diferente de "N", pois são letras diferentes. Observamos então, que "E" = zero, para não ser igual a "N" teria que vir adicionada a 1 da soma anterior. Logo teremos várias hipóteses

a) "E" = 7; "N" = 8

Por esta hipótese "R" teria que ser 9 ou 8.

```
 978D           978D
 1097    ou     1087
-----          -----
1087Y          1087Y
```

"R" não pode ser 9, pois "S" já o é. Não pode ser 8 pois, pela hipótese, "N" já o é. Portanto, esta hipótese está errada

b) "E" = 6; "N" = 7

```
 957D
 1095
-----
1075Y
```

Novamente "R" teria que ser 9, o que não pode ser conforme explicação anterior.

c) "E" = 5; "N" = 6

```
 956D           956D
 1095           1085
-----          -----
1065Y          1065Y
```

"R" poderia ser 9, o que não é possivel, ou 8, vindo da soma entre "D" + "E".

d) "E" = 4; "N" = 5
e) "E" = 3; "N" = 4
f) "E" = 2; "N" = 3

Nas hipóteses (d), (e), (f), recairiamos no caso representado em (c) e, como vimos, não é possível. Logo, por exclusão R = 8.

```
 9END
 108E
-----
10NEY
```

4 - A soma entre "N + R" (6 + 8) é 14, e, no resultado não pode ter 5. Para assim ser, da soma "D + E" viria 1. Para isso, teria que ser "D + E" maior que 10. Entretanto, para "E" ser igual a 3, "Y" teria que ser zero, o que é impossível, pois "0" já o é. Se for igual a 4, "Y" teria um valor 1, que já existe. Se for 5, "Y" será 2. Assim "N" seria "E + 1" onde 5 + 1 = 6.

Está, pois, decifrada a quantia pedida pelo rapaz

```
 9567
 1085
-----
10652
```

Só falta saber se essa quantia é em dólar ou em cruzeiros.

2) Um joalheiro tinha oito pérolas iguais na forma, no tamanho e na cor. Das 8 pérolas, 7 tinham o mesmo peso, a oitava, porém era um pouquinho mais leve que as outras. Como poderia o joalheiro descobrir a pérola mais leve, fazendo apenas duas pesadas na balança de dois pratos?

RESOLUÇÃO:

Separemos as pérolas em 3 conjuntos

A B C D
E F G H

x = {A,B,C}
y = {D,E,F}
z = {G,H}

Na 1.a pesagem, colocamos num dos pratos as pérolas A,B,C, do conjunto X e no outro as D,E,F, do conjunto Y, deixando de fora as pérolas G,H, do conjunto Z.

Podem se dar duas hipóteses.

H_1: Os pratos permanecem em equilíbrio

Havendo equilíbrio, a pérola mais leve está no conjunto Z; com a 2.a pesagem determinaremos se é G ou H.

H_2: Um dos pratos sobe

Nesse caso a pérola mais leve está no prato que subiu. Suponhamos que o prato que subiu contém as pérolas do conjunto X, ou seja A,B,C. (se subir o outro prato o raciocínio é análogo).

Formamos então os conjuntos W = {A} T = {B} e U = {C}

Façamos então a 2.a pesagem colocando num prato a pérola A e no outro a pérola B, deixando de fora a pérola C.

Podem se dar novamente duas sub-hipóteses:

SH_1: Os pratos permanecem em equilíbrio.

Acontecendo esta sub hipótese a pérola mais leve é a pérola C que ficou de fora.

SH_2: Um dos pratos sobe.

Neste caso como só tem uma pérola em cada prato, a que subir será a mais leve.

* Prof.o de Matemática da Escola de 2.o grau Victor Meireles - Campinas - SP

ERRATA DO BOLEMA Nº 1

No artigo: "A Matemática na Babilônia: Uma reconstrução do passado".

1.a coluna: (última linha): 1. (60) + 3 = 63

3.a coluna:

4.a e 5.a linhas: 8 x (7/30) = 8 x 450 = 3600

5.a e 6.a linhas: (9,6/40)+9 x (6/40) = 9x400 = 3600

7.a e 8.a linhas: 27 x (7200 + 780 + 20) = 27 x 800 = 216000

10.a e 11.a linhas: 60 = 1/0,3600 = 1/0/0 e 216000 = 1/0/0/0

13.a e 14.a linhas: (1/21) x (44/26/40) = 81 x 160000 = 12960 000 = 1/0/0/0/0

19.a linha: A^r

33.a linha: B ÷ A = B x A^r

38.a linha: 2^2, 3^B, 5^8

41.a linha: (6/57) ÷ 2.. = (6/57) x 24^r = (6/57) x (2/30)

46.a linha: 30 = 2^r

No comunicado: "Trabalho com codificação e decodificação no 1.o grau"

1.a coluna: 8.a linha: no lugar de "O CLIENTE", lê-se: "O CHUTE"

2.a coluna: **ATIVIDADE I**

405-57 MU5TO P9R9 O L900 09 R79L50907 7 075XOM-57 O SON80 7, 9 M9I59 4OR9 O9 7S3OL9. 7 PR73590 9NT7S, SON89R 3OM O MUNDO ONO7 S7 QU7R V5V7R 7 9 7S30L9 07V7R59 S7R O LUI9R ONO7 S7 SON89.

M9R70 TOMR9SS7

LIVROS

"Episódios da História Antiga da Matemática"
Asger Aaboe (Professor de História da Ciência da Universidade de Yale-USA).
Coleção Fundamentos da Matemática Elementar
Sociedade Brasileira de Matemática - 1984

* GERALDO PEREZ

Você já se imaginou transportado para um local e época diferentes da atual? Por exemplo, que tal a Grécia de dois mil ou a Babilônia de quatro mil anos atrás? Encontrariamos a História e a Filosofia com enfoques diferentes dos de hoje, porém a matemática nos pareceria familiar: poderiamos resolver equações quadráticas com os colegas babilônicos e fazer construções geométricas com os gregos. As diferenâs seriam tão somente de forma mas não de conteudo: o sistema numérico dos babilônicos não seria o mesmo que o nosso, mas a fórmula babilônica para resolver equações quadráticas é usada ainda hoje. Que tal voltarmos à época de Tales, Zenão, Euclides, Arquimedes e Ptolomeu? É muito estimulante descobrir a maneira de pensar das grandes mentes do passado distante.

Alguns dos tópicos encontrados neste livro: A Matemática Babilônica - A Matemática Grega e a Construção de Euclides para o Pentágono Regular - As traduções de Euclides - Três Exemplos de Matemática Arquimediana - A Construção por Ptolomeu de uma tábua Trigonométrica - Os Modelos dos Epíciclos de Ptolomeu.

* Professor do Curso de Graduação em Matemática do IGCE - UNESP - Rio Claro

PUBLICAÇÕES

As revistas publicadas em português, que tratam de Ensino da Matemática são:

- Revista do Professor de Matemática. Publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática - SBM. Informações: Caixa Postal 20570 CEP: 01498 - São Paulo - SP.

- Revista de Ensino de Ciências. Publicada pela Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências - FUNBEC. Informações: Caixa Postal 2089 CEP: 01051 - São Paulo - SP.

VAMOS PENSAR UM POUCO?

Problemas enviados por: Marineusa Gazetta *
Sérgio Roberto Nobre

1) Sabe-se que o vampiro, uma vez por semana, tem que sugar sangue humano e que a pessoa humana vira vampiro. Prove que não existe vampiro.

2) Um carro na estrada passa por um marco que mostra uma dezena. Depois de correr um bom trecho da estrada, passa por outro marco que apresenta a mesma dezena invertida. Mais outro trecho da estrada percorrido e o auto passa por um outro marco contendo uma centena composta da primeira dezena separada por um zero no meio.

Se a distância que separa o segundo marco do primeiro é igual à que o separa do terceiro, quais são esses números contidos nos três marcos?

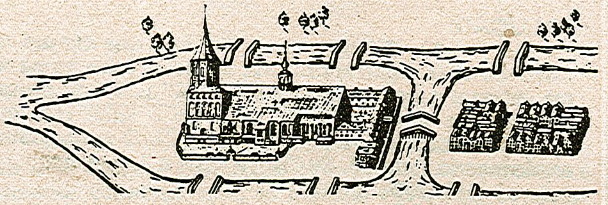
* Prof.a do Departamento de Matemática da UNIMEP Piracicaba - SP. Aluna do Mestrado em Ensino da Matemática - UNESP - Rio Claro.
* Professor de Matemática da Escola Comunitária de Campinas - SP; Aluno do Mestrado em Ensino da Matemática - UNESP - Rio Claro.

COMUNICAÇÕES

O PROBLEMA DAS SETE PONTES: UMA EXPERIENCIA NO 1º GRAU

Marcelo de Carvalho Borba *
Claudia Coelho de Segados Vianna *

A preocupação em se trabalhar com temas ligados a topologia no ensino de 1.o grau, vem crescendo. Em geral, tem-se buscado no primeiro segmento do primeiro grau a introdução dos conceitos de fronteira, exterior, interior, etc... A nossa experiência, entretanto é diversa desta. Buscamos o problema das sete pontes que surgiu a partir da configuração de Konisberg, cidade alemã atravessada por um rio com duas ilhotas. (fig. 1)



Os habitantes desse lugarejo se perguntavam se era possivel atravessar todas as pontes da cidade passando apenas uma só vez por cada uma delas. Quem resolveu esse problema foi Euler em 1736. Para resolvê-lo ele primeiro fez um esquema mais simples da cidade (fig. 2) que chamou de rede.

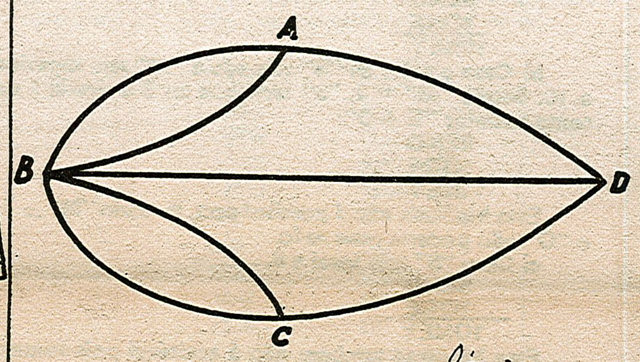


fig. 2

Os caminhos da rede denominou de arcos e os pontos de encontro destes arcos, de vértices. Os vértices poderiam ser de ordem par ou ímpar conforme o número de arcos que o formassem fosse par ou impar. Por fim desenvolvendo a teoria das Redes e Mapas notou que se é somente se a rede tivesse zero ou dois vértices de ordem impar póderia ser percorrida "sem tirar o lápis do papel e nem passar duas vezes pelo mesmo arco". (ou as pontes serem percorridas uma e somente uma vez).

Como entendemos que esse problema é interessante tanto nos seus aspectos topológicos, probabilísticos quanto históricos, decidimos realizar uma experiência ligada a esse tema com alunos do 1.o grau. Partimos então para elaboração do material didático.

Preparamos fichas que de uma certa forma desafiavam os alunos a percorrerem o caminho histórico do problema e de sua resolução. Solicitamos então a diretora da Escola Barão de Piracicaba, em Rio Claro, São Paulo, alguns alunos de 5.a a 8.a séries.

Por coincidência se apresentaram 7 garotas da 7.a série.

A empolgação foi geral nos 3 primeiros encontros. Elas tentaram resolver o problema e percorrer outras redes segundo as regras estabelecidas e rapidamente começaram a aparecer as primeiras conjecturas sobre quais redes eram possíveis de serem percorridas de maneira adequada e quais não. Ao final do 3.o encontro (cerca de 2 horas cada) elas já tinham conseguido uma conjectura bem próxima da encontrada e provada por Euler. O interesse era grande em algumas e o desânimo forte em outras.

O encontro seguinte trouxe-nos uma surpresa desagradável no início. Apenas 2 garotas vieram e as outras se desculparam alegando compromisso. Entretanto as duas restantes, por curiosidade uma que tinha alegado no 1.o encontro adorar matemática e a outra detestar, vibraram com o fato de terem traçado seu próprio caminho, deparando com acertos e contradições para chegar ao resultado. Todas, entretanto vivenciaram a prática científica, que não é feita de coisas prontas mas sim de descobertas que tocam o próprio cientista gerando angustia, alegria, etc...

CONCLUSÃO

É bom que fique claro que tudo o que vai ser dito agora se refere a nossa experiência específica não sendo ainda possivel uma generalização por motivos óbvios.

Ressalvas à parte, nos parece possivel que o tema seja tratado no primeiro grau devido ao grande interesse que suscitou em todas as meninas na parte inicial e em algumas na final. É bom lembrar ainda que trabalhamos com elas de uma forma nova. Estimulando e questionando mais do que respondendo, checando suas conclusões e **desafiando-as permanentemente**, o que pode ter sido muito chocante para algumas.

Por último, gostariamos de convidar os leitores a nos escreverem contando se tem experiências iguais ou semelhantes e desde já nos oferecemos a remeter com mais detalhes subsídios do nosso trabalho.

* Alunos do Mestrado em Ensino da Matemática UNESP - Rio Claro.
** Este artigo é um resumo da monografia vencedora do Prêmio Licenciatura IBM-MFRJ, ano de 1983.

TODO EDUCADOR DEVERIA SER UM "SONHADOR" PROPONDO UTOPIAS, PARA, POUCO A POUCO, VENCER A INÉRCIA DESTA REALIDADE INSTALADA NA ESCOLA.

(Luis Roberto Dante)

NOTÍCIAS

- Curso de Matemática de 1.a a 4.a séries do 1.o grau, para Professores da Zona rural de Laranjeiras do Sul, de 7 a 11 de outubro de 1985, em Laranjeiras do Sul-PR

- Curso de Matemática de 1.a a 4.a série do 1.o grau, para Professores, de 7 a 10 de outubro de 1985, em Cascavel-PR

- Seminário Interdisciplinar de Educação Matemática, Universidade Federal de Pernambuco. Projeto Aprender Pensando. XI Seminário de Intercâmbio Internacional. De 7 a 11 de outubro de 1985, em Recife-PE

- Semana de Ensino de Ciências e Matemática. Fundação Educacional de Barretos. Patrocínio CAPES. de 12 a 19 de outubro de 1985, em Barretos-SP

- 2.a fase do treinamento de Monitores de Matemática do Estado de São Paulo: "Geometria de 1.a a 8.a séries". De 21 a 25 de outubro de 1985, em Rio Claro-SP.

- As inscrições para o curso de Mestrado em Ensino da Matemática estarão abertas, no período de 04 a 18 de novembro de 1985. A seleção será realizada nos dias 19 a 21 de novembro de 1985.

Informações na Secretaria da Pós-Graduação UNESP - Campus de Rio Claro. Caixa Postal: 178. Fone: 34-3777. Ramal: 19. CEP: 13500 Rio Claro-SP

- VI CIAEM - Conferência Internamericana de Educação Matemática, de 23 a 27 de novembro de 1985, no México.

CORRESPONDÊNCIA

ESTA SEÇÃO ESTÁ ABERTA AOS LEITORES, PARA QUE ENVIEM OPINIÕES, SUGESTÕES E CRITICAS AO NOSSO BOLETIM

PARA RECEBER OS NUMEROS DO BOLEMA SEGUE O NOSSO ENDEREÇO:

BOLEMA BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA UNESP CAMPUS DE RIO CLARO
CAIXA POSTAL Nº 178 CEP 13500 RIO CLARO SP