ISBN 978-85-89082-23-5

O uso da História da Matemática na formalização de conceitos[1]

Eduardo Sebastiani Ferreira[2]
Ema L. Beraldo Prado
Maria Q. A. Anastácio
Roseli de A. Correa
Ademir D. Caldeira
Jackeline R. Mendes
Mauro D. da Silva

I - Introdução

"The tradition in mathematical education has always seemed to concentrate on mathematical knowledge: definitions, theorems, proofs, and so on. To me, such knowledge is necessary but not sufficient for mathematical education to be successful. For sufficiency we need to take on the broader concept of mathematical understanding: not merely the knowledge itself, but also its motivations (historical and heuristics), the way in which may be created, its underlying logic and proof-methods, and so on."
Grattan - Guinness.

O Seminário de História e Educação Matemática existe há mais de quatro anos no Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da UNICAMP. Congrega professores dos três graus de ensino e destina-se ao estudo do papel da História da Matemática no ato pedagógico desta disciplina. Como resultados do Seminário, tivemos vários artigos, dissertações de mestrado, cursos de extensão e aperfeiçoamento, participação em congressos e, principalmente, o desenvolvimento de uma nova concepção

[1] Digitalizado por Evelaine Cruz dos Santos e Vanessa Cerignoni Benites.
[2] Integrantes do Seminário de História e Educação Matemática (IMECC – UNICAMP)

de ensino da Matemática através de sua história.

Este artigo, mais um fruto do Seminário, é também resultado de intensas reflexões do grupo, entre elas: como a formalização (a sintetização) faz parte do ato cognitivo? É importante formalizar conceitos na aprendizagem matemática? Entendemos que o "formal" de um conceito não deve ser visto como algo pronto e final, mas em reformulação constante, respeitando as etapas cognitivas do aluno, sua cultura e sua história. Procurando aprofundar a questão e mostrar como a História da Matemática nos dá uma via para tal intento, recorremos à bibliografia, buscando fundamentar o caminho que julgamos ser o correto. Encontramos a História da Matemática como fator primordial para que o professor possa fazer uma educação com significado e compreensão para o aluno.

II - Sobre a cognição

Para Moreira e Mancini, "A cognição é o processo através do qual o mundo de significados tem origem. À medida que o ser se situa no mundo, estabelece relações de significação, isto é, atribui significados ao real com que se encontra. Estes significados não são entidades estáticas, mas ponto de partida para atribuição de outros significados. Tem origem então a estrutura cognitiva, os primeiros significados, constituindo os pontos básicos de ancoragem dos quais derivam outros significados."

Segundo Mussen, a cognição "...diz respeito aos processos mentais superiores, isto é, às funções envolvidas na compreensão de tratamento do mundo que nos cerca - percepção, linguagem, formação de conceitos, abstrações, resolução de problemas, inteligência e pensamento."

Seu processo tem início com as ações sensório-motoras e as percepções cotidianas, que selecionam e ordenam um conjunto de objetos distintos, de acordo com as limitações físicas do sistema perceptivo, e com o tipo e qualidade de informações de experiências passadas. Sendo um conjunto de funções que nos levam à compreensão do mundo, está relacionada a uma determinada forma de compreendê-lo, que é cultural.

Um dos objetivos da escola é levar o aluno à compreensão do mundo, ou seja, criar condições para que aquelas funções tenham significado no seu real.

O conhecimento só será significativo para o aluno quando ele construir o caminho do seu desenvolvimento histórico, trazendo-o para o seu real vivido. A Matemática é um dos instrumentos para a compreensão do mundo, e o uso da sua História nos auxiliaria na formalização dos seus conceitos.

Do exposto acima, podemos inferir e destacar a importância do uso da História da Matemática para a construção desse conhecimento, tornando o ato cognitivo realmente efetivo. Destacamos ainda que, sendo a formalização uma das fases de desenvolvimento do conhecimento, se torna imprescindível que o aluno refaça o processo de formalização da Matemática, percorrendo todo o processo de cognição dessa ciência.

III - Sobre o conceito

Quando dizemos que uma idéia, uma opinião sobre determinado objeto, pode significar um "conceito" sobre o mesmo, longe estamos de abarcar todas as possibilidades que esse termo, em seu aspecto psicológico e filosófico, pode representar.

Em seu desvendamento, procuraremos compreendê-lo muito mais que defini-lo, particularmente quando o que está em jogo é a aprendizagem.

Interessa-nos sobremaneira considerá-lo não apenas na sua forma acabada, expresso em linguagem formal, sistematizada, mas em todos os seus momentos anteriores, desde a sua configuração inicial no pensamento, quando os primeiros arranjos estruturais acontecem, até suas formas cada vez mais complexas e mais lógicas, advindas do avanço da idade e das experiências.

O texto de Piaget e Garcia, "Psicogênese e História das Ciências", pode contribuir para nossas reflexões quando diz:

“Considerando um sistema de conhecimento no seu estágio de conclusão (axiomatizado), podemos ter a impressão de que os conhecimentos assim sistematizados se reduzem a enunciados (...). Mas o problema consiste naturalmente em examinar

ISBN 978-85-89082-23-5

mediante que instrumentos foram adquiridos os conhecimentos antes destas formalizações, uma vez que estas têm por objeto, necessariamente, um adquirido prévio, exceto se nos contornarmos na lógica pura, que é, de algum modo, uma formalização da atividade formalizante."

Pensando no desenvolvimento psicológico do individuo, observamos que a linha divisória entre "percepção" e "concepção" é tênue, e a distinção entre essas duas categorias é difícil. Apoiamo-nos nas considerações de P. Mussen, quando diz:

"Os psicólogos consideram as percepções como organizações de simples impressões sensoriais (visuais, auditivas, táteis), ao passo que a formação conceptual envolve a descoberta e definição de importantes características comuns a um grupo de objetos ou acontecimentos."

Citando Vinacke (1954), Mussen coloca ainda que os conceitos foram definidos como:

"Sistemas de organização que servem para fazer com que as características pertinentes da experiência passada influam num objeto estímulo presente (...) a experiência prévia com objetos equipa uma pessoa de reagir similarmente a objetos de mesmo nome e espécies relacionadas."

Ele completa a idéia do Vinacke, afirmando que

"Embora aos conceitos se dê usualmente um rótulo verbal (o nome, por exemplo, de um objeto estímulo), o próprio conceito é, realmente, um sistema. complexo de atividades internas que representa as impressões, sentimentos e reações associadas com esse objeto."

No entendimento de Courtney,

"os conceitos são idéias que agrupam ou classificam experiências - representações

ISBN 978-85-89082-23-5

que têm alguma generalidade de aplicação (Leeper, 1951)."

Teoricamente, é possível uma provisão infinita de conceitos, garantindo ao indivíduo construir o seu repertório. A aquisição de tal repertório está diretamente associada ao contexto cultural do indivíduo e de suas experiências passadas. São estas, segundo Mussen, que definem a variedade e tipos de conceitos à disposição.

Assim, os conceitos variam em diversidades, atingindo níveis mais complexos com o indivíduo. Todos nós, como diz Vinacke, tendemos a desenvolver conceitos "gradativamente" e ocasionalmente, sem termos a consciência do próprio conceito, do seu desenvolvimento, da sua consistência, da tendência à sua apreensão em uma ordem determinada, de seus variados graus de abordagens concretas e abstratas, assim como de seu uso.

Para os pesquisadores, porém, torna-se de grande importância no aprofundamento da compreensão do desenvolvimento do conceito a análise de sua ocorrência. Algumas investigações têm levantado dúvidas sobre verdades teóricas bastante cristalizadas. E o caso da ocorrência de conceitos concretos e abstratos. Referindo-se a eles, Courtney diz que

"embora se conclua que os conceitos concretos (pássaro, caixa) são mais facilmente apreendidos do que os abstratos (número, por exemplo), esse fato não é necessariamente uma verdade. Mednick demonstrou que a variável parece ser o número de propriedades de estímulos percebidas pelo sujeito."

O que se tem modernamente é que algumas habilidades (por exemplo, discriminar as instâncias positivas das negativas) precedem a habilidade para formular o conceito em palavras e que essa está intimamente ligada à aquisição de linguagem.

Retomando então o desenvolvimento do conceito no indivíduo, diríamos que a base para a conceituação são as imagens criadas pela experiência sensória. Os signos, segundo palavras de Courtney,

ISBN 978-85-89082-23-5

"relacionam-se com as imagens e em alguns casos tornam-se sinônimos delas. No momento inicial, porém, a percepção da experiência cria uma imagem que mais tarde se torna associada à palavra e se liga nela. Desse modo, na vida adulta, ocorre freqüentemente que a imagem e a palavra que a representa parecem tornar-se a mesma coisa."

Diferindo de todos os outros animais pela natureza imagética de seu pensamento, o homem vive em um mundo simbólico. Courtney diz que o pensamento simbólico pode iniciar a organizar a ação, tornando-se um fator na organização da personalidade.

O desenvolvimento do conceito, assim como o pensamento criativo e a aprendizagem, estão intimamente relacionados com o desenvolvimento da linguagem e do discurso. Em seu texto "Linguagem & Conceito", Courtney coloca que nos estágios iniciais os conceitos parecem ser formados pela criança sem o auxílio da palavra. Com a maturidade e a aquisição da linguagem, o desenvolvimento dos conceitos parece estar relacionado com as palavras e ao uso da estrutura gramatical.

IV- A necessidade da formalização na construção do conhecimento

O que vem a ser formalizar? A princípio, indo ao significado que aponta o dicionário, é o processo de realizar segundo fórmulas ou executar segundo as regras do jogo.

Existem aqueles que vêem a formalização como um produto final, o qual é apresentado através da linguagem formal.

O significado de formalizar que assumimos neste trabalho não está relacionado a este conceito de formalização como produto final, mas tomamos por formalizar o processo de traçar caminhos para se chegar a um determinado fim, ou seja, quando o indivíduo é capaz de determinar estes caminhos, essa foi realizada. Aqui, podemos trazer o significado colocado pelo dicionário: realizar ou executar através de regras. Desta maneira, podemos definir níveis de formalização que ocorrem em etapas diferentes.

Exemplificando, quando Vigotsky coloca que a criança através da fala organiza seu plano de ação, podemos ver aí um processo de formalização num determinado nível.

Em Educação Matemática, o aluno passa por diferentes níveis de formalização. A cada conceito que ele formaliza, o processo se dá num determinado nível, que pode não estar necessariamente ligada à linguagem formal.

O nosso objetivo é justamente mostrar que, ao desenvolver o processo de conhecimento de um determinado conceito, o aluno, num certo momento, passa a ter a necessidade de formalizar. Para isso, fomos procurar nos principais autores que escreveram sobre o desenvolvimento cognitivo onde aparece essa necessidade de formalização. Nesta busca, encontramos um ponto em comum relacionado à linguagem, exercendo um papel no processo de formalização.

Para podermos falar na linguagem como processo de formalização, vamos tomá-la num sentido amplo, ou seja, não somente relacionada ao verbal e à escrita.

Ao olharmos o papel que ela assume, encontramos nas várias abordagens apresentadas pelos autores que a linguagem não é apenas um instrumento, ela é um componente decisivo desses processos. Existem diferenças nas abordagens desses autores, as quais podemos até relacionar ao conceito de formalização que aparece na base destas abordagens, mas o nosso foco se entrou apenas no que eles apresentam em comum sobre a relação entre a linguagem e o desenvolvimento cognitivo.

Primeiramente, queremos trazer o que Zuniga fala sobre a linguagem e os processos de raciocínios, colocando-a não apenas como meio, mas também fazendo parte desses processos:

"El lenguaje es el instrumento através del cual viajan los razionamentos por la conciência, pero, mas que eso es parte de esos razonamientos"

Continuando, ele relaciona a construção matemática e a linguagem:

"No es entonces el lenguaje mera necesidad de comunicación, es parte esencial de la construción matemática."

ISBN 978-85-89082-23-5

Poderíamos perguntar então como se dá esta participação. A linguagem tem papel importante na formação de conceitos, como coloca Mussen:

"O progresso na linguagem permite e prepara o caminho para novos avanços na formação de conceitos e solução de problemas."

"A capacidade de formação de conceitos está intimamente ligada à aquisição da linguagem, em especial a atribuição de nomes ou rótulos."

Bruner apresenta a linguagem como um meio onde os conceitos são transportados através de uma descrição de fatos e experiências:

"Siempre que el aprendizaje ocurre fuera del contexto en que se utilizará, fuera del rango de acontecimientos directamente en la percepción o indirectamente mediante el apuntar, se introduce el lenguaje como un medio que trasporta el significado de la experiencia edela acción."

A linguagem aparece aqui como instrumento na formalização de conceitos.

Vigotsky coloca a linguagem no nível da fala, apresentando-a como processo de formalização na execução de objetivos pela criança:

"A fala da criança é tão importante quanto a ação para atingir um objetivo. As crianças não ficam simplesmente falando o que elas estão fazendo; sua fala e ação fazem parte de uma mesma função psicológica complexa, dirigida para a solução dos problemas em questão."

"... a capacidade especificamente humana para a linguagem habilita as crianças a providenciar instrumentos auxiliares na solução de tarefas difíceis, a superar ação impulsiva, a planejar uma solução para um problema antes de sua execução e a controlar o seu próprio comportamento."

Charles, analisando Piaget, quando coloca a linguagem como processo de

ISBN 978-85-89082-23-5

formalização, o faz no estágio das operações formais:

"Agora que o aluno está se tornando capaz de usar abstrações, ele torna-se ainda mais influenciado pela linguagem como veículo de pensamento, especialmente para o pensamento abstrato onde os objetos concretos não existem."

Também temos que a linguagem estará intrinsecamente ligada à cultura do grupo social, conforme apresenta Bruner :

"....la utilización de la lengua, de los valores, etc, como se expresan en la vida de los individuos, refleja amplios o reducidos límites impuestos por la cultura."

Concluímos então que, no processo do desenvolvimento cognitivo, a formalização num determinado momento passa a ser um fator necessário. Sendo a linguagem parte desse processo, aparece como instrumento exatamente quando surge es a necessidade.

V - Sobre a natureza do pensamento matemático e suas implicações no ensino

Entendemos que o enfoque pedagógico dado ao ensino da Matemática deva refletir uma concepção filosófica sobre a natureza do conhecimento matemático. Concepções filosóficas diversas acarretam posturas educacionais diferentes. O papel desempenhado pela História da Matemática no ensino dependerá da concisão filosófica assumida, ainda que implicitamente, pelo educador matemático.

Concepções filosóficas e História da Matemática

Segundo Davis e Hersh, duas correntes filosóficas da Matemática dominam este século: a platônica e a formalista, as quais "ocupam os extremos opostos do problema da existência e da realidade" dos objetos matemáticos. (A experiência matemática).

Para os platônicos, a Matemática é um conhecimento a priori (conhecimento que é independente do espaço e tempo da experiência física). Os objetos matemáticos são reais, existindo objetiva e independentemente dos nossos sentidos, num mundo ideal - o mundo das idéias. São imutáveis, não foram criados pelo homem.

A atividade do matemático é entendida como a de um "descobridor de coisas", dado que lhe é impossível criá-las (os objetos matemáticos são pré-existentes). Busca, então, encontrar verdades a priori, descrever objetos de um mundo não material, mas que podem representar aspectos da realidade objetiva." No entanto, a qualquer tempo, os matemáticos têm somente uma visão incompleta e fragmentária deste mundo das idéias”*, o que possibilita que o matemático, fazendo uso da razão, considerada como faculdade inata do homem, esteja sempre descobrindo ou aperfeiçoando sua visão dos objetos matemáticos.

Como decorrência dessa concisão filosófica, a História da Matemática desempenha um papel passivo no ensino. A ela cabe reproduzir o processo racional das descobertas matemáticas, eliminando os fatores externalistas - sociais - presentes no desenvolvimento da Matemática, considerando somente o caráter internalista - intelectual - no desenvolvimento do seu conhecimento objetivo.

Os formalistas sustentam que os objetos básicos do pensamento matemático são os próprios símbolos e não qualquer significado que lhes possa ser atribuído. Não há objetos matemáticos propriamente ditos; a Matemática tem somente forma: uma cadeia articulada de símbolos, sem significado em si mesma. Ela é então uma linguagem, podendo construir-se em linguagem para outras ciências, quando os seus símbolos expressarem um fenômeno do mundo físico. Nesse caso, adquire significado próprio, verdadeiro ou falso, que vem da interpretação dada no mundo físico ao fenômeno que ela descreve. A formalização é entendida como "uma técnica que assegura a consistência e completeza da Matemática" (Hanna).

A História da Matemática não teria então significado para o ensino da Matemática. Segundo Lakatos, "o formalismo desconecta a filosofia das Matemáticas da História da Matemática, uma vez que, de acordo com a concepção formalista da

ISBN 978-85-89082-23-5

Matemática, ela não tem propriamente história".

Diferentemente das concepções anteriores, acreditamos que a natureza do conhecimento matemático é fruto tanto de uma experiência física, adquirida por percepção, como de uma experiência intelectual do homem, em diferentes culturas.

Os fatores sócio-culturais nos permitem entender como as diferentes culturas determinam a criação, a formalização e a assimilação desse conhecimento. Entendemos a Matemática como "conteúdos assim definidos: conteúdos são seus métodos e resultados; forma são cadeias, lógicas de argumentação e notação simbólica" (Byers). Por métodos, compreendemos: "modo pelo qual o conhecimento daquilo que se quer conhecer - o conteúdo - é desenvolvido. Resultado é o produto desse desenvolvimento. Forma é entendida como o modo pelo qual o conteúdo é explicado" (Beraldo-Prado). O desenvolvimento histórico da Matemática deve ser enfatizado na sua construção, quando assumimos que "o conhecimento de uma geração é obtido, estendendo o conhecimento da geração anterior" (Kitcher). A Matemática é um conhecimento cumulativo.

Implicações para o Ensino

As concepções filosóficas acerca da natureza do conhecimento matemático vão exercer um papel ativo na prática pedagógica no que diz respeito a escolha de uma ordem de estudo e método de ensino.

Na visão formalista, a ênfase dada no ensino da Matemática repousa na apresentação da lógica interna de seus conteúdos e na linguagem; para aprendê-la, é necessário usá-la como tal. É então necessário aprender as regras de concordância, os símbolos, a construção correta das sentenças do discurso, bem como a relação lógica entre as sentenças. São exigidos do aluno, desde o início de sua escolaridade, níveis de abstração e rigor não compatíveis com o desenvolvimento intelectual, nem com o seu nível de matematicidade. Entendemos que faz parte da matematicidade do aluno seu conhecimento etnocultural.

A concepção platônica, para a qual a Matemática é um conhecimento pré-

ISBN 978-85-89082-23-5

existente, coloca o aluno numa atitude passiva para com a aquisição do conhecimento matemático. Ao aluno cabe reproduzir os conceitos e as teorias matemáticas. A ele não é possível "criar" Matemática; pode, quando muito, constatar como foram realizadas as descobertas por homens que, privilegiados pela razão, conseguiram "apreender" os objetos matemáticos de uma realidade abstrata.

Tais concepções não consideram am o contexto sócio-cultural em que o aluno está inserido, nem a Matemática realizada pelo seu grupo social. A Etnomatemática, "a Matemática codificada no saber fazer" (Sebastiani) dos grupos sócio-culturais, não seria aceita como conhecimento matemático.

A nossa concepção do conhecimento matemático considera a dimensão histórica dos processos desse conhecimento, onde fatores externalistas e internalistas desempenham importantes papéis no seu desenvolvimento. A História da Matemática é um modelo para esse ensino.

VI- Conclusão

A importância do uso da História na educação matemática já foi descrita por vários autores (Byers, Struik, Grattan, Guiness, Jones, Beraldo Prado, Sebastiani Ferreira, etc). A formalização, parte do desenvolvimento cognitivo, tem na História da Matemática o caminho para sua realização. Em primeiro lugar, o que entendemos por formalizar um conceito não se restringe a uma única fase do conhecimento. Um conceito admite várias formalizações, dependendo, como diz o próprio termo, da forma. Cada forma usada nos leva a uma formalização diferente, pois depende também do conceito de rigor da época. Estes dois fatores, forma e rigor, levaram os matemáticos a dar roupagens diferentes a conceitos, roupagens muitas vezes ditas revolucionárias na história da Matemática. Esse caminho nos leva a diferentes formalizações que devem fazer parte da aprendizagem, o tornar real do aprendiz. Inicia-se o processo pelas experiências sensório-motoras que conduzem às fases posteriores de verbalização, como disseram Piaget e Garcia:

ISBN 978-85-89082-23-5

"...um bom exemplo de processos históricos que podem ser classificados pela psicogênese. Antes de mais, os fatos que ela põe em evidência provam de modo decisivo que os instrumentos iniciais de conhecimento não são nem a percepção nem a linguagem, mas, pelo contrário, as ações sensório-motoras nos seus esquemas, dominando estes desde o início, e só muito mais tarde as percepções se verbalizam em conceito e se interiorizam em operação de pensamento."

De posse destas ações, e juntamente com a percepção e a verbalização, vai-se dando ao conceito sua forma, formalizando-se. Este processo, respeitando o desenvolvimento da criança, tem que ser feito numa forma e num rigor que façam sentido ao aprendiz, que tenham um significado na sua realidade de mundo.

Forma e rigor dão à criança a aceitabilidade e a justificação do conceito e, assim, esse passa a fazer parte de sua realidade.

Como disse Kuhn, a História da Matemática nos mostra esta transformação de forma/rigor:

"...a história das teorias científicas (é) um elemento essencial para explicar a sua aceitabilidade e a sua justificativa" (Kuhn apud Piaget e Garcia).

A construção do conceito pelo aluno deve ser realizada através de ações - percepção - formalização inserida no mundo real do aprendiz, dependente da sua história, sendo então reorganização de conhecimentos, ajustamentos, correções e adjunção. A reorganização se faz através de novas formas. O ajustamento deve garantir que a nova forma não entre em contradição com a anterior, mas seja uma melhor aproximação do conceito e possa também dar significado aos conceitos já incorporados. Quanto à correção, entra aí o sentido de rigor, que se transforma e se adapta para o aluno. Quando adjunta esse novo conceito, ele transforma seu real, ampliando o seu mundo. Citamos outra vez Piaget e Garcia:

"As estruturas cognitivas, mesmo que elas sejam organização de conhecimentos, são essencialmente comparáveis a organismos, cujo estado atual é função não somente do

meio ambiente presente, como de toda história ontogenética e filogenética. Isso não exclui o caráter normativo que tais estruturas possam ter para o sujeito. Mas é necessário acentuar que, no caso dos processos cognitivos, acresce uma outra determinação: a transmissão cultural. Ou seja, o conhecimento não é nunca um estado, mas um processo influenciado pelas etapas precedentes do desenvolvimento. Impõe-se, desde logo, a análise histórico-crítica".

Um processo educacional que respeite estas estruturas cognitivas deve também preservar a história e o meio do aluno, "não excluir o caráter normativo" que tenha significado para ele, garantindo-se o conhecimento como um "processo", não um "estado". Todos aqueles preceitos necessários para a aprendizagem nos levam, sem dúvida, à utilização da História da Matemática de modo crítico, com suas importantes etapas de forma e rigor.

Bibliografia

BERALDO-PRADO, E.L, **História da Matemática:** Um Estudo de Seus Significados na Educação Matemática, Dissertação de Mestrado, Unesp, Rio Claro, 1990.

BRUNER, J.S. **Investigaciones Sobre El Desarrollo Cognitive**, Pablo del Rio Edit, Madrid, 1980.

BYERS, V. **Por que Estudar a História da Matemática?,** Trad. M.A.A. Anastácio & E.S. Ferreira de Int. Math. Educ. Sci. Technol. 13(1): 59 - 66, 1982.

CHARLES, CM. **Piaget ao Alcance dos Professores** Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro. 1975.

COURTNEY, R. **Jogo, Teatro e Pensamento**, Edit. Perspectiva, São Paulo, 1980.

DAVIS, P.J. & HERSH, R. **A Experiência Matemática**, Trad. J.B. Pitombeira, Francisco Alves, Segunda Edição, Rio de Janeiro, 1985.

GRATTAN-GUINNESS, I. **Not From Nowhere - History and Philosophy Behind Mathematical Education** J. Math. Educ. Sci. Technol., 4: 421 - 453,1973.

ISBN 978-85-89082-23-5

HANNA, G. **Rigorous Proof in Mathematics Education**, The Ontario Institute for Studies in Education, Toronto, Canadá, 1983.

KITCHER, P. **The Nature of Mathematical Knowledge**, Oxford University Press Inc., New York, 1984.

LAKATOS, I. **Pruebas y Refutaciones**, Alianza Edit., Madrid, 1986.

MOREIRA, M.A. & MANCINI, E.A.F.S. **A Teoria de Aprendizagem de David Ausubel como Sistema de Referência para a Organização do Ensino**, Seminário de Aprendizagem e Ensino ao Nível Superior, S.C.F., Campinas, 1978.

MUSSEN, P.H. **O Desenvolvimento Psicológico da Criança**, Zoar Edit., Rio de Janeiro, 1970.

PIAGET, J. & Garcia R. **Psicogênese e História das Ciências**, Trad. M.F.M.R. Jesuino, Publ. Dom Quixote, Lisboa, 1987.

SEBASTIANI, E. **The Genetic Principle and the Ethnomathematics**, in C. Keitel (ed.) Mathematics, Education, and Society, UNESCO, Paris, 1989.

VYGOTSKY, L.S. **A Formação Social da Mente**, Martins Fontes, São Paulo, 1984.

ZUNIGA A.G. **Matemáticas y Filosofía, Estudios Logicistas** Edit. de La Universidad de Costa Rica, San José, 1990.