Ciências da Cognição Podem Ajudar a Educação Matemática?

Orlando de Andrade Figueiredo[1]

LAKOFF, GEORGE; NÚÑEZ, RAFAEL E. **Where mathematics comes from** : how the embodied mind brings mathematics into being. Basic Books. Nova Iorque, 2001.

O livro intitulado *Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being* (não há edição da obra em língua portuguesa; uma tradução livre do título seria "De onde vem a Matemática: como a mente corporificada dá vida à Matemática"), de autoria de George Lakoff e Rafael E. Núñez, é uma obra repleta de Matemática. A palavra "matemática" aparece no título do livro, nas legendas de figuras e nos rodapés. Diversas idéias matemáticas são discutidas do início ao fim, abrangendo aritmética, álgebra, trigonometria, análise. *Mas este não é um livro de Matemática*, como alertam os autores no prefácio. É um livro da área das Ciências da Cognição. Isso não quer dizer, contudo, que sua leitura não possa ser de grande valia para matemáticos e educadores matemáticos.

Lakoff e Núñez reconhecem ter interesse por Matemática – fazem questão de demonstrar profundo respeito por essa ciência – mas não trabalham com Matemática em primeiro plano. Lakoff é um conhecido lingüista que se voltou para as Ciências da Cognição numa época de grande reformulação da área, e contribuiu com destaque para esse movimento. Núñez é um psicólogo latino-americano, com passagem por muitos países e conhecido da comunidade de Educação Matemática por participar de encontros internacionais da área. Núñez é, certamente, quem está mais próximo da Matemática entre os dois autores, e é o responsável pela discussão técnica mais aprofundada sobre Matemática no livro.

O trabalho que produziram pretende ser algo inédito dentro das Ciências da Cognição, dando início a uma nova área de pesquisa, chamada por eles de *Análise de Idéias Matemáticas*. Não intentam, contudo, atingir a Matemática em si, mudar seus resultados, o jeito de fazer Matemática. Sabem que não interferem nesse campo. Seu alvo é outro: o entendimento de como o ser humano pratica Matemática. Seu trabalho tem potencial repercursão, portanto, na Filosofia da Matemática e na Educação Matemática.

Há três teorias entrelaçadas que sustentam toda a obra: o inconsciente cognitivo, a mente corporificada *(the embodied mind)* e o pensamento metafórico.

Segundo os autores, a teoria do inconsciente cognitivo reside no fato de que a maior parte do nosso pensamento é inconsciente – não no sentido freudiano, mas simplesmente inacessível à instrospecção consciente direta. Tome-se, por exemplo, a memória. Pesquisas citadas no livro mostram que fatos dos quais não nos recordamos conscientemente interferem em nossas decisões sem que percebamos. Não conseguimos conhecer boa parte do que se passa em nossas próprias mentes. Inclusive quando trabalhamos com Matemática. A importância dessa teoria para o corpo da obra é fundamentar as outras duas: somos inconscientes da corporificação da mente (*the embodiement of mind*) e das metáforas conceituais que usamos a todo o tempo.

1 Mestre em Ciências da Computação e Matemática Computacional, Professor da UNESP (Rio Claro), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação, Rua 24-A, 1515, Bela Vista, Rio Claro, SP, CEP 13506-700, email: orlando@rc.unesp.br

O conceito de mente corporificada se apóia no fato de que nossas capacidades corporais inatas estão permanentemente influenciando nossos pensamentos, muito mais do que conscientemente percebemos. Isso está em contraposição a certas correntes de pensamento que entendem os processos cognitivos como puramente simbólicos e abstratos. Pelo contrário, pela teoria da mente corporificada apresentada por Lakoff e Núñez, a nossa cognição tem muito da natureza de nossos corpos, cérebros e estilos de vida, com todos os seus detalhes. Evidências dessa teoria vêm das neurociências. Por exemplo, sabemos hoje que quando fazemos um planejamento que envolva o seqüenciamento de eventos acionamos a mesma parte do cérebro que é responsável pelo sistema motor (músculos). Ou seja, os neurônios que sabem parar o movimento do braço quando pomos um copo numa mesa, isto é, que identificam que o copo chegou aonde deveria, são os mesmos que nos permitem determinar que acabamos de arrumar uma mala ou que chegamos à última parcela num procedimento de adição. Merece destaque a parte do livro, logo no início, que discute as capacidades aritméticas inatas do ser humano e como elas se manifestam em bebês já nos primeiros dias de vida.

Mas a teoria marcante da obra é o pensamento metafórico. É, na prática, o mecanismo que viabiliza a Análise de Idéias Matemáticas. É a proposição principal do conjunto da obra de Lakoff, o fio condutor que conecta vários dos seus livros, a começar por *Metáforas da Vida Cotidiana*, escrito em parceria com Mark Johnson e publicado no fim da década de 1970. Metáforas são um recurso bem conhecido da linguagem. Aristóteles foi o primeiro a estudar o assunto como parte da retórica e da poesia. O que Lakoff e outros cientistas da cognição perceberam é que a metáfora não é só um recurso da linguagem, mas também do pensamento. É o mecanismo cognitivo que nos permite pensar em uma coisa como se fosse outra. Esse tipo especial de metáfora é denominado *metáfora conceitual*.

Um primeiro exemplo de metáfora conceitual na Matemática, que Lakoff e Núñez trazem à vista, é a metáfora “Aritmética é Coleção de Objetos”. A apresentação das metáforas no livro segue quase sempre um mesmo formato, que lembra um mapeamento ou morfismo entre dois domínios, que são postos lado a lado. O *domínio-alvo* é o domínio metaforizado, ou seja, aquele sobre o qual se quer pensar em função de outro domínio (o *domínio-origem*). A cada conceito do domínio-origem corresponde um conceito no domínio-alvo e, assim, através desse conjunto de mapeamentos entre conceitos, descreve-se a metáfora.

Aritmética é Coleção de Objetos

Domínio-Origem COLEÇÃO DE OBJETOS		*Domínio-Alvo* ARITMÉTICA
Coleção de objetos do mesmo tamanho	→	Número
O tamanho da coleção	→	O grandeza do número
Mais objetos	→	Número maior
Menos objetos	→	Número menor
A menor coleção possível	→	A unidade (um)
Juntando coleções	→	Adição
Tirando uma coleção menor de uma maior	→	Subtração

Essa é uma das quatro metáforas fundamentadoras (*grounding*) da aritmética apresentadas no livro. As outras três são: “Aritmética é *Construção* de Objetos”, “Metáfora do Comprimento de Varetas” e “Aritmética é Movimento ao longo de um Caminho”. É possível estender essas metáforas para contemplar também as operações de multiplicação e divisão, o zero e as frações. A conclusão que Lakoff e Núñez querem salientar é esta: *quando manipulamos mentalmente os conceitos de números e operações aritméticas, usamos, por baixo, nossa experiência corporal com coleções de objetos, construção de objetos, varetas e percursos por caminhos*. O zero é o ponto de partida de um caminho. Uma fração é um objeto construído parcialmente. A multiplicação é uma junção de coleções de mesmo tamanho. E, assim, por diante. É a experiência que dá sustentação à abstração.

Nem todas as metáforas conceituais da matemática precisam ser tão ligadas ao corpo. Muitas (talvez a maior parte) são pura associação de idéias e demoraram séculos para serem elaboradas, mas, uma vez apresentadas, conquistaram o público e passaram a ser transmitidas culturalmente. Em distinção às metáforas fundamentadoras, Lakoff e Núñez as denominam *metáforas de ligação* (*linking*). Um bom exemplo dessa categoria é a Metáfora de Boole, que poderia ser intitulada "Classes são Números".

Metáfora de Boole

Domínio-Origem ARITMÉTICA		*Domínio-Alvo* CLASSES
Números	→	Classes
Adição	→	União, simbolizada por U
Multiplicação	→	Interseção, simbolizada por ∩
Propriedade comutativa da adição	→	Propriedade comutativa da união
Propriedade comutativa da multiplicação	→	Propriedade comutativa da interseção
Propriedade associativa da adição	→	Propriedade associativa da união
Propriedade associativa da multiplicação	→	Propriedade associativa da interseção
Propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição	→	Propriedade distributiva da interseção sobre a união
0	→	A classe vazia, simbolizada por Ø
1	→	A classe universo, simbolizada por I
Identidade para a adição: 0	→	Identidade para a união: Ø
Identidade para a multiplicação: 1	→	Identidade para a interseção: I
$A + 0 = A$	→	$A \cup \varnothing = A$
$A \cdot 1 = A$	→	$A \cap I = A$
$A \cdot 0 = A$	→	$A \cap \varnothing = \varnothing$

Boole estendeu a nossa familiaridade e desenvoltura com os números para as classes. Essa metáfora, tão utilizada na álgebra, ilustra como as propriedades dos domínios também são preservadas pela metáfora. Isso já acontecia com as quatro metáforas fundamentadoras da aritmética com relação às propriedades das operações elementares. Ao preservar assim os mecanismos de inferência entre domínios, as metáforas ganham um "apelo" maior e podem ser utilizadas com mais segurança e benefício.

Mas esse mesmo "apelo" pode vir a ser a causa de problemas caso as metáforas sejam tomadas equivocadamente como fatos literais (*literal* é o antônimo de *metafórico*). É o caso da metáfora "Números são Pontos numa Reta". Muitas vezes não nos damos conta de que se trata de uma metáfora. Números são uma coisa, geometria é outra e, para colocar as coisas juntas, é preciso estabelecer um morfismo entre elas. Por esquecermos disso, temos tantos problemas, como, por exemplo, quando queremos pensar a continuidade nos números reais. Uma reta geométrica é contínua. O conjunto dos números reais não é[2], mas insistimos em pensar que seja devido à nossa associação inconsciente dos números reais com uma reta geométrica. Da mesma forma, muitas confusões, enigmas e aparentes paradoxos da matemática têm origem em metáforas tomadas como literais.

A missão fundamental do cientista da cognição adepto da Análise de Idéias Matemáticas para

2 Os autores argumentam que o conjunto dos números reais não é contínuo ao apresentar os números hiperreais. Vários números hiperreais cabem entre dois números reais e isso revela um "espaço" entre eles.

Lakoff e Núñez é justamente revelar as metáforas que empregamos na Matemática, em parte porque elas podem ser a origem de mal-entendidos, em parte porque elas podem ajudar na compreensão das idéias matemáticas. Em ambos os casos, as metáforas conceituais são entendidas por Lakoff e Núñez como instrumentos capazes de *dar sentido* ao discurso matemático e isso é o que aproxima o trabalho dos autores da Educação Matemática. Não se trata de demonstrar resultados matemáticos. Mas de explicitar as idéias que eles trazem e as relações entre elas. O ponto alto do livro nessa direção é o estudo de caso demonstrativo da Análise de Idéias Matemáticas e que explica as idéias por trás da Identidade de Euler ($e^{i\pi} + 1 = 0$). O que significa um expoente transcendente (π)? E um expoente complexo? Em quatro capítulos, os autores partem das relações entre Geometria Analítica e Trigonometria, passam pelo conceito de limites e do número *e*, pelo conceito de números complexos e alinhavam tudo isso na explicação do que quer dizer a Identidade de Euler.

Não se pode deixar de destacar a metáfora que é tema de uma parte inteira do livro com repercursão em outras partes: a "Metáfora Básica do Infinito". Num gesto ousado, Lakoff e Núñez apresentam uma metáfora que descreve o que eles acreditam ser o fenômeno cognitivo que acontece em nossas mentes quando lidamos com o conceito de infinito em matemática. Como podemos pensar o infinito? Como os resultados matemáticos que dependem desse conceito (a noção de limite, por exemplo) podem "funcionar"? A "Metáfora Básica do Infinito" está ligada à nossa capacidade de manipular cognitivamente procedimentos que se repetem.

Metáfora Básica do Infinito (Simplificada)

Domínio-Origem PROCESSOS ITERATIVOS QUE TERMINAM		*Domínio-Alvo* PROCESSOS ITERATIVOS QUE PROSSEGUEM INDEFINIDAMENTE
O estado inicial	→	O estado inicial
O processo: de um dado estado intermediário, produz-se o próximo estado	→	O processo: de um dado estado intermediário, produz-se o próximo estado
O estado final resultante	→	O infinito atual (um "estado final resultante")

Ou seja, embora saibamos que um processo que se repete indefinidamente não tem fim, projetamos um final distante, que desempenha o papel do estado final resultante num processo finito. A partir desse simples *insight*, os autores explicam conceitos matemáticos tão complicados quanto Números Naturais, o Encontro de Retas Paralelas, Indução Matemática, Dízimas Não-Periódicas, Limites, Números Transfinitos e Infinitésimos, mostrando, mais uma vez, a relevância da Análise de Idéias Matemáticas.

*
* *

No que tange à Filosofia da Matemática, os autores acreditam que suas idéias têm sérias implicações nesse ramo do conhecimento. Tanto é que dedicaram um parte inteira do livro à Filosofia da Matemática Corporificada (*embodied mathematics*). Acreditam ter abalado seriamente a concepção platônica da Matemática, segundo a qual ela seria proveniente da realidade objetiva, algo encontrado na natureza independentemente da interferência do homem. Mas, para Lakoff e Núñez, se tivéssemos um aparato cognitivo diferente, nossa Matemática seria diferente e, portanto, ela não poderia ser independente de nós. Por outro lado, os autores fazem questão de salientar que ela não é puramente cultural e convencionada, como quer o posmodernismo radical, pois nossos corpos, em parte, nos impuseram a Matemática tal qual a conhecemos.

No entanto, aqueles que procuram um diálogo mais aprofundado com correntes tradicionais da Filosofia que já discutem a corporificação da cognição há mais tempo, como a Fenomenologia de Merleau-Ponty, por exemplo, não o encontrarão no livro, como bem apontou BICUDO (2006) em sua análise de *Where mathematics comes from*, embora tal diálogo seja comum em outras obras das Ciências da Cognição voltadas para a corporificação da mente, como, por exemplo, VARELA (1991). Outra obra de Lakoff, *Philosophy in the Flesh*, em parceria com Mark Johnson, costuma ser mais citada por autores interessados em aspectos filosóficos da mente corporificada em geral, sem se ater à Matemática especificamente.

Da mesma forma, em se tratando dos fundamentos das Ciências da Cognição, ou, ao menos, da corporificação da mente, o público leigo não encontra no livro uma apresentação introdutória e sistemática. Há, sim, nos capítulos iniciais, muitos relatos de pesquisas psicológicas e neurológicas, que estudam o cérebro, as partes do cérebro, os efeitos que se manifestam em pessoas com deficiências nessas áreas, as peculiaridades cognitivas de bebês e animais, especialmente no tocante à Matemática, mas tudo isso a título de ilustração. Falta uma discussão mais acurada de como esses resultados se relacionam com as metáforas conceituais, que são o real fundamento do livro. Essa conexão fica por demais implícita e por conta do leitor. Vistas cruamente, as metáforas conceituais têm uma natureza puramente intelectiva, idealista, isto é, são obra de um sujeito cognoscente observando seus próprios processos cognitivos, à moda cartesiana, ou mesmo fenomenológica. (Obviamente, há vestígios e indícios desses processos que se manifestam, ao menos, na linguagem.) Bom seria se os autores tivessem alinhavado melhor o mecanismo das metáforas conceituais com os resultados empíricos com que afirmam a mente corporificada.

Em suma, *Where mathematics comes from* é um grande catálogo de metáforas conceituais que abrange diversas áreas da Matemática, da simples aritmética até os sofisticados números hiperreais. Idéias e conceitos matemáticos importantes são estudados à luz desse mecanismo cognitivo, que são as metáforas conceituais. Essa abordagem potencialmente pode ter implicações sobre a Filosofia da Matemática e a Educação Matemática. Marginalmente, os autores ilustram a relação entre mente e corpo, no que tange à Matemática, com pesquisas interessantes provenientes da psicologia e das ciências neurológicas, mas não alinhavam explicitamente a relação entre elas e o mecanismo das metáforas conceituais. Por fim, os autores esboçam as implicações de suas idéias no campo da Filosofia da Matemática, de uma forma, talvez, breve.

*
* *

Para finalizar, é preciso retomar a pergunta que serve de título para essa resenha ("Ciências da Cognição podem ajudar a Educação Matemática?") e discutir se a leitura de *Where mathematics comes from* fornece pistas no sentido de resolvê-la. No começo do livro, os autores revelam como um extenso programa de trabalho se abriu diante deles quando conceberam a Análise de Idéias Matemáticas: percorrer toda a Matemática conhecida aplicando o método e explorar esses resultados de diversas formas, inclusive na Educação Matemática. Certamente demandaria muito tempo, especialmente nesta época em que vivemos, em que as idéias evoluem tão rapidamente. Decidiram fazer o suficiente para escrever um livro e mostrar o potencial de suas idéias para a comunidade científica, a fim de dividir esse extenso programa com pesquisadores interessados. *What mathematics comes from* é, portanto, um convite repleto de problemas de investigação para os pesquisadores de Educação Matemática que se identificarem com a abordagem dos autores.

BIBLIOGRAFIA

BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre conhecimento encarnado. In: MENEGHETTI, R. C. G. **Educação Matemática**: vivências refletidas. Centauro Editora. São Paulo, 2006. p. 15-34.

LAKOFF, G., JOHNSON, M. **Metaphors we live by**. University of Chicago Press, 1979.

LAKOFF, G., JOHNSON, M. **Philosophy in the flesh**: the embodied mind and its challenge to western thought. HarperCollins Publishers, 1999.

VARELA, F. **Embodied mind:** cognitive science and human experience. The MIT Press, 1991.