Bolema, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007, pp. 163 a 177

Analisando o Rendimento de Alunos das Séries Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em Atividades Envolvendo Frações e Idéias Associadas

Analyzing the Performance of Upper Elementary and High School Students in Activities Involving Fractions and Associated Ideas

Adegundes Maciel[1]
Marcelo Câmara[2]

Resumo

Este trabalho apresenta parte dos resultados de um estudo mais amplo[3]. Aqui buscamos identificar como se comporta o rendimento de alunos em atividades de resolução de problemas envolvendo as idéias associadas às frações, em função de sua escolaridade. Participaram da pesquisa 630 alunos de escolas públicas de Pernambuco, com uma média de 90 alunos por série. O instrumento constou de 10 itens envolvendo três idéias associadas às frações (parte-todo, quociente e operador), variando o tipo de quantidade envolvida (discreta e contínua). Os resultados mostram um comportamento diferenciado dos alunos do terceiro Ciclo (quinta e sexta séries) quando se faz variar o tipo de quantidade e a idéia de fração envolvida no item. Foi possível identificar também que os tipos de erros cometidos pelos alunos apresentam certa estabilidade com o desenvolvimento da escolaridade.

Palavras–chave: Educação Matemática. Fração. Idéia de Fração. Equivalência.

1 Professor da Rede Municipal de Recife. Endereço para correspondência : Avenida Pedro Allain, 125 – casa51 – Casa Amarela – CEP52070-210 – Recife – PE. email: admaciel1@terra.com.br

2 Professor do Colégio de Aplicação da UFPE. Endereço para correspondência : Rua José Mario de Oliveira, 6119 – Candeias – CEP 54450-070 – Jaboatão dos Guararapes – PE. email: marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

3 Dissertação de Mestrado defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UFRPE, em que em que se buscou identificar como alunos das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio concebem as idéias de fração e de equivalência de frações.

Abstract

This article presents partial results of a broader study. Here we try to identify how to show the performance of students in problem-solving activities including the ideas associated with fractions, as a function of their level of education. Six hundred and thirty students participated in this research, with an average of ninety per grade, all from the public school system in Pernambuco. The instrument consisted of 10 items including three ideas associated with fractions (*part-whole*, quotient and operator), varying the type of quantity involved (*discretes* and *continuous*). The results show differences in behavior of fifth and sixth grade students when they are asked to vary the type of quantity and the idea of fraction involved in an item. It also was possible to observe that the types of errors made by students present a certain stability with the development of education.

Keywords: Mathematics Education. Fraction. Idea of Fraction. Equivalence.

Introdução

Esse estudo teve sua motivação em nosso trabalho junto a professores das redes públicas de Pernambuco. Nas demandas de formação continuada de professores de todos os níveis de ensino, as frações aparecem como uma das idéias que mais apresentam dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. Isso é confirmado quando observamos os resultados dos alunos da Rede Estadual de Ensino nas provas do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE (PERNAMBUCO, 2003), que evidenciam o fraco desempenho dos alunos em itens envolvendo frações e números racionais.

Talvez por conta dessas dificuldades, aliado a outras prioridades curriculares, documentos oficiais têm diminuído a ênfase no trabalho com as frações nas séries iniciais. É o caso dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), cujas orientações vão na direção de eliminar, das séries iniciais, as operações com os números racionais na sua representação fracionária (BRASIL, 1998).

É notável a quantidade de estudos (NUNES; BRYANT, 1997, PITKETHLY; HUNTING, 1996, SPINILLO; BRYANT, 1991, STREEFLAND, 1991) que vem sendo realizada sobre a temática, particularmente no domínio da Psicologia Cognitiva. Tem-se buscado não somente identificar como os alunos constroem as idéias relativas ao conceito de fração (SILVA, 1997), mas também os tipos de erros cometidos por eles em problemas envolvendo o tema (KERSLAKE, 1986).

Na escola, geralmente os números racionais (e as frações) são apresentados em sua forma matemática, ou seja, como $\frac{a}{b} \in Q$, com $b \neq 0$, sendo ***a*** chamado de numerador e ***b*** de denominador, muitas vezes nem mencionando ***a*** e ***b*** como inteiros. No processo de *transposição didática*[4], do campo matemático para a esfera didático-pedagógica, esse novo número passa a ter significados particulares. Diferentes idéias são apresentadas aos alunos, tais como parte-todo, quociente, medida, razão, equivalência etc.

Quando se toma em consideração a idéia de parte de um *todo*, fortemente associada à idéia de fração, as dificuldades parecem ser potencializadas, não somente em função desse *todo* por ser considerado *discreto* ou *contínuo*[5], como também pela ênfase atribuída à idéia de repartição desse *todo*. De fato, nesse modelo, uma fração é entendida como uma *partição*, como a representação da *conjugação de duas ações: dividir/ pintar ou dividir/comer* (MAIA *et al.*, 1991). O suporte de representação privilegiado na escola é o pictórico, em que o *todo* é representado por uma pizza, um bolo, um chocolate ou uma figura geométrica, o que pode limitar a idéia de fração. Essas dificuldades se acentuam ao trabalhar-se com as frações ditas "impróprias", ou seja, aquelas cujo numerador é maior que o denominador. Para os alunos, fica a questão, mal respondida, "como algo que é parte de um *todo* pode ser maior que este?".

Diante desse quadro, Kieren (1976) sugere que os números racionais sejam incorporados a uma análise diversificada de múltiplas interpretações matemáticas. Segundo o autor, o desenvolvimento da idéia de número racional estaria subordinado ao trabalho com várias outras idéias de fração, tais como: *quantidades contínuas e discretas; razão; equivalência; proporção; estimativa.*

---

4 Conjunto de transformações que sofre o saber científico antes de ser ensinado. Este processo vai desde a escolha do saber a ensinar à sua adaptação ao sistema didático, existindo todo um processo gerador de deformações, de estabelecimento de coerências e até a criação de novos conhecimentos, chegando ao saber escolar (CHEVALARD, 1991).

5 Quantidades *contínuas* referem-se ao modelo que podem ser subdivididas de várias formas, repetidas e infinitas; o modelo de quantidades *discretas* só permite divisão e contagem com uma menor ênfase em relação ao todo (PITKETHLY; HUNTING, 1996).

Da mesma forma, Streefland (1991) considera que o ensino das *frações* deve seguir os mesmos caminhos pelos quais são ensinados os *inteiros*. Para estes, buscam-se explorar todas as suas relações: atividades de contagem, medida e operações que se possam envolver.

Em nosso trabalho, buscamos identificar como se comporta o rendimento de alunos, das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em atividades de resolução de problemas envolvendo as idéias associadas às frações, em função de sua escolaridade. Buscamos também verificar possíveis diferenças de rendimento quando se modifica o tipo de quantidade envolvida e o registro de representação adotado na atividade.

Revisão da literatura

De acordo com a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais, é no 2º Ciclo (3ª e 4ª séries) que se inicia a construção do significado de número racional, nas suas diferentes representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social. Propõe-se, para este período, que as crianças sejam levadas a refletir sobre as limitações dos números naturais (nas situações em que é preciso representar quantidades menores que um inteiro) e a conseqüente importância dos racionais para resolver certos problemas somente com os números naturais (BRASIL, 1998).

Estudos recentes (PITKETHLY; HUNTING, 1996) têm mostrado que, desde muito cedo, as crianças possuem um conhecimento intuitivo das frações, antecedendo as atividades formais (na escola) com os números racionais, que são iniciadas na 3ª série. Esses conhecimentos intuitivos se baseiam, essencialmente, em um grande número de experiências vivenciadas no seu dia-a-dia e que servirão de base para a construção do conhecimento formal.

A construção do número fracionário exige um razoável período de tempo, tendo em vista que as crianças devem ter diferentes contatos com experiências que permitam a compreensão e a necessidade desse tipo de número em suas vidas. Ao mesmo tempo, encontramos poucos estudos que mostram como a aprendizagem desses conceitos, pelas crianças, se desenvolve ao longo do tempo, em particular com o avanço da escolarização.

Vergnaud (1982) defende que, do ponto vista psicológico e didático da formação de conceitos matemáticos, estes devem ser compreendidos como contemplando um conjunto de invariantes que podem ser utilizados na ação do sujeito em diferentes situações.

Para que um conceito (C) seja compreendido em seu desenvolvimento e funcionamento, é preciso considerar três subconjuntos de C = {S, IO, Y}, em que S é a *referência,* grupo formado de situações que dão consistência ao conceito; IO é o *significado*, grupo formado de invariantes operatórios, mecanismos utilizados pelo sujeito na resolução dos problemas, sobre os quais se apóiam a operacionalidade dos esquemas; e Y o *significante*, conjunto de representações simbólicas, tanto para a apresentação quanto para a resolução do problema. Os três elementos atuam conjuntamente, e, para desenvolver melhor a compreensão de um determinado conceito, se faz necessário estudá-lo em um conjunto de situações diversas.

Para Piaget et al. (1960), compreender *frações* necessita, primeiramente, da noção de conservação de quantidade. O número de elementos de um conjunto, seja ele contínuo ou descontínuo, permanece invariável em relação a mudanças de aspectos, tais como forma, posição etc. Esta fase na criança acontece no estágio das operações concretas a partir de 7 ou 8 anos.

Esses autores consideram, ainda, que o conceito de *fração* envolve uma relação *parte-parte* (quantidades extensivas) e uma relação *parte-todo* (quantidades intensivas)[6]. A relação *parte-parte* assegura que um todo pode ser exaustivamente dividido em partes equivalentes. A relação *parte-todo* assegura a compreensão de que a parte está sempre contida no todo e que juntas o compõem. Para esses autores, a compreensão de *frações* implica a construção de certos invariantes na organização das ações do sujeito: *uma divisão eqüitativa das partes* – o todo precisa ser dividido em partes iguais para que cada parte seja considerada uma fração; o *esgotamento do todo* – a impossibilidade da existência de remanescentes quando se completa o todo;

[6] Quando quantidades se referem às relações em vez de à quantidade real, elas são *intensivas*, em contraste com quantidades extensivas que se referem à soma total (NUNES; BRYANT, 1997). As quantidades intensivas são relacionais, como: velocidade, taxa, probabilidades etc., como as relações *parte-todo;* as extensivas, como as relações *parte-parte.*

a relação entre o número de partes e o número de cortes necessários para obter as partes – para dividir um todo contínuo em três partes iguais serão necessários apenas dois cortes; *a relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido* – quanto maior o número das partes, menor o tamanho de cada parte; *a soma de todas as partes constituídas a partir do todo é igual ao todo inicial (princípio da invariância)* – com a divisão do todo em partes, a unidade não é alterada.

De acordo com Piaget e Szeminska (1975), a compreensão do número fracionário estaria associada a uma maturação biológica, que segue desde o estágio das *operações concretas* até o estágio das *operações formais,* concedendo fundamental importância ao papel formador do desenvolvimento cognitivo. O raciocínio proporcional na criança começaria no estágio das operações formais, último estágio de seu desenvolvimento cognitivo. Por outro lado, diversas são as pesquisas recentes que questionam a perspectiva piagetiana do raciocínio proporcional como, por exemplo, Spinillo e Bryant (1991), que mostram resultados diferentes.

Concepções e habilidades, segundo Vergnaud (1988), desenvolvem-se com o decorrer da vida, e isso não ocorreria apenas a partir de características gerais do pensamento, mas os conceitos de frações e razões possuem raízes em atividades que são significativas para os alunos pré-adolescentes, particularmente quando envolvem valores simples, tais como 1/2 ou 1/4. Complementando que esse conceito é uma dificuldade, tanto para jovens como para adultos, "não podemos subestimar a lentidão do desenvolvimento de certo conceito, atribuindo-lhe apenas uma razão 'desenvolvimentista' " (VERGNAUD, 1982). Uma determinada situação, para ser compreendida, necessita do concurso de vários conceitos, e cada conceito, isoladamente, pode ser mobilizado para a compreensão de mais de uma situação. Tal consideração aparece na base do que o autor denomina *campos conceituais*.

Ainda segundo esse autor, o conceito de número racional é definido a partir do campo conceitual das estruturas multiplicativas – conjunto de problemas que necessitam de operações de multiplicação e divisão que, apesar de serem dependentes das estruturas aditivas, é um campo específico, incluindo as proporções simples e múltiplas.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é caracterizado por "todas as situações que envolvem problemas de proporções simples ou múltiplas, para as quais, geralmente, precisa-se multiplicar e/ou dividir simultaneamente" (VERGNAUD, 1988). Vários conceitos participam deste campo conceitual como, por exemplo, fração, razão, taxa, número racional, multiplicação, divisão etc. Em muitas questões do dia-a-dia, os alunos não conseguem justificar a medida de uma grandeza ou um quociente entre dois naturais, identificando de uma forma ou de outra nos números racionais as respostas para novos problemas.

Como os alunos do Segundo Ciclo não conhecem ainda os números inteiros, para eles a construção da idéia de número racional parece estar relacionada ao quociente entre dois naturais, sendo o segundo – o divisor – um número não nulo.

Kieren (1976) acredita que os números racionais constituem a base para a educação matemática e científica. Entender frações impõe condições de incorporá-las dentro de um campo bem maior, o *campo dos números racionais*. O conceito de número racional possui diferentes sub-construtos, nos quais esses números podem ser interpretados, tais como relação *parte-todo, medida, quociente, razão e operador*.

Segundo esse pesquisador, os números racionais envolvem diferentes idéias: abrangem frações, com as quais podemos *comparar*, *adicionar*, *subtrair* etc.; são frações decimais, extensões dos números naturais; são classes de equivalência; são números da forma $\frac{p}{q}$ nos quais p e q são inteiros e $q \neq 0$, logo, os racionais expressam razões; são operadores multiplicativos, como exemplo, 2/3 de 1/2; são elementos de ordem infinita no campo dos quocientes; são números da forma $x = \frac{p}{q}$, onde x satisfaz a equação $qx = p$; são medidas ou pontos numa reta numérica.

Esse quadro nos leva a questionar em que medida as diferentes idéias associadas às frações são construídas pelos alunos em diferentes etapas de seu processo de escolarização. Em nosso trabalho, buscamos também investigar como o tipo de quantidade envolvida e o suporte de representação apresentado na atividade modifica o rendimento dos alunos.

Método

Nesta pesquisa aplicamos uma série de 10 questões em turmas desde 5ª série do Ensino Fundamental até 3º ano do Ensino Médio, contemplando uma média de 90 alunos de cada uma das séries. Trabalhamos com duas escolas públicas da região metropolitana do Recife, sendo uma da Rede Municipal e uma da Rede Estadual. A escolha dessas unidades escolares não teve como objetivo realizar comparações de rendimento, mas foi realizada pela facilidade de acesso e disponibilidade dos professores. Ambas as escolas recebem alunos de classe média-baixa.

Para a obtenção dos dados, aplicamos o questionário enfocando as idéias de frações variando o tipo de quantidade (*contínua* ou *discreta*), o registro de representação (*figuras* ou *linguagem natural*) e significado das frações (*operador*, *parte-todo* ou *quociente*). Em nossa análise, buscamos verificar como o rendimento dos alunos se modifica em função das variáveis por nós escolhidas e do nível de escolaridade.

Análise

Nosso instrumento contemplou sete itens envolvendo *quantidades contínuas* e três itens envolvendo *quantidades discretas*. Os resultados mostram um comportamento diferenciado dos alunos do 3º Ciclo do Ensino Fundamental (5ª e 6ª séries), em relação aos alunos das outras séries, como indicado na **Figura 1**.

Em relação a *quantidades discretas*, pudemos identificar que somente 10% dos sujeitos de 5ª série conseguiram resolver todas as três questões envolvendo esse tipo de quantidade. A partir da 7ª série, observa-se certa estabilidade em termos de rendimento dos sujeitos para questões envolvendo as duas quantidades (**Figura 1)**. Resumindo, podemos perceber que os alunos com menor escolaridade demonstram melhor desempenho em questões de *quantidades contínuas*, enquanto só a partir da 7ª série começa o equilíbrio no rendimento entre as duas quantidades.

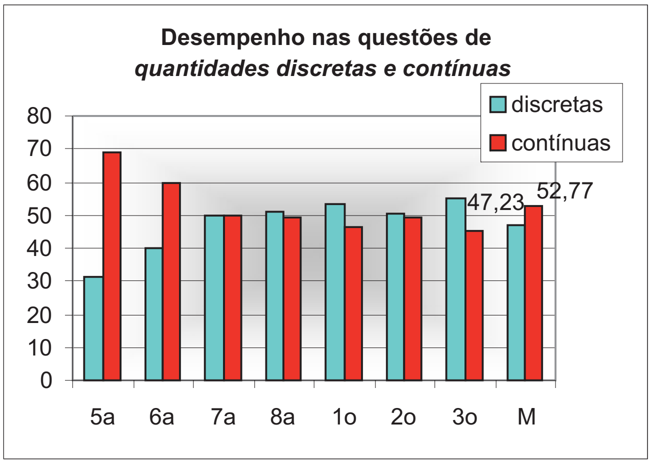

Figura 1 – Desempenho dos alunos quanto à *quantidade* natural envolvida das frações.

Esses resultados nos mostram que no 3º Ciclo, particularmente na 5ª série, os alunos ainda apresentariam uma concepção de fração como uma "figura dividida e com algumas partes pintadas" que é o tipo de trabalho fortemente realizado em sala de aula. Ou seja, a ênfase nessa etapa de escolaridade recai no modelo *parte-todo* com maior presença de questões envolvendo *quantidades contínuas*, tornando as questões de *quantidades discretas* pouco comuns na introdução das frações.

Acrescente-se ainda, que os alunos desse Ciclo também chegam das séries iniciais com o pensamento essencialmente aritmético, ou seja, para eles, tudo se resume a fazer operações. Por isso, a pregnância dos erros como "operar com os termos da fração", fato já percebido nos trabalhos de Tinoco e Lopes (1994). Esses resultados, também observados por Kerslake (1986), parecem reforçar a idéia defendida por Silva (1997), segundo a qual os números inteiros se constituem em uma dificuldade adicional no trabalho com os números fracionários.

Em nossa pesquisa foi possível identificar que, para grande parte dos alunos do Ensino Fundamental (52% dos erros cometidos pelos alunos), o conceito de fração de uma *quantidade discreta* estaria fortemente associado ao denominador da fração. Por exemplo, para alunos desse nível de escolaridade, *um terço de m elementos corresponderia a 3 elementos*, independentemente dos elementos do conjunto. Já em relação aos alunos do Ensino Médio, observamos a tendência de identificar essa idéia com uma operação entre os membros da fração operadora. Dessa forma, para os alunos desse nível de escolaridade, *um terço de m elementos corresponderia a quatro elementos*, resultado da adição dos termos da fração (1+3), essa idéia esteve presente, em média, em 49% dos sujeitos.

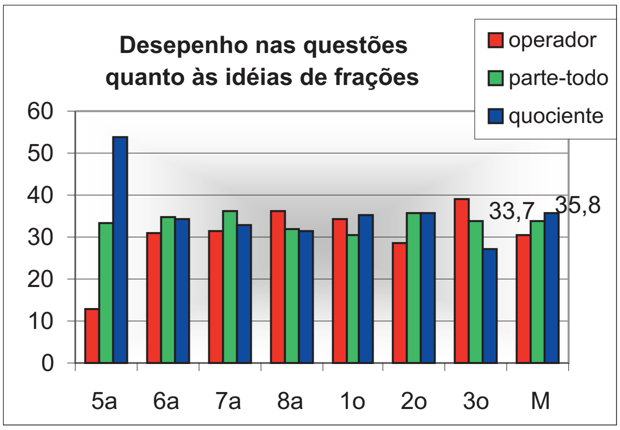

Figura 2 – Desempenho dos alunos quanto ao significado das frações.

No trabalho com frações de *quantidades discretas* em que o numerador não é unitário, esse fenômeno aparece de forma mais marcante. Entre os alunos do 3º Ciclo, quase a metade dos erros cometidos (46%) correspondem à realização de uma adição com os termos da fração. Por exemplo, 2/3 de 18 objetos correspondem a 5 objetos. Essa mesma tendência de operar com os termos da fração também se manifesta de maneira considerável em alunos do Ensino Médio (com 30% dos erros cometidos), embora com estes sujeitos a operação privilegiada seja a multiplicação. Assim, 2/3 de 18 objetos correspondem a 6 objetos (2x3).

Nosso instrumento contemplou três idéias associadas às frações: *operador, parte-todo e quociente.* Dentre elas, a idéia de fração como *parte de um todo* se mostra como a mais explorada em nossas salas de aula. Isso nos mostrou como o rendimento dos alunos se altera em função da idéia presente na atividade (**Figura 2**).

Excetuando-se a 5ª série, o rendimento dos sujeitos não apresentou diferenças significativas em função da idéia de fração envolvida na atividade, apesar do baixo rendimento obtido por sujeitos de todas as séries e em todas estas idéias. Embora o modelo *parte-todo* seja aquele predominantemente explorado no 3º Ciclo, o desempenho dos alunos, nesse modelo, praticamente não se alterou com o decorrer da escolaridade.

O número de acertos em questões envolvendo a idéia de número racional como *operador* também permaneceu inalterado com o nível escolar. A 5ª série, que vinha se comportando de forma diferenciada das outras séries, continuou aqui com o mesmo desempenho. É nesta mesma série que encontramos o melhor rendimento dos sujeitos em relação à idéia de *quociente*, cujos índices de sucesso se mantiveram praticamente constantes nas outras séries.

Em nosso estudo, três categorias de erros puderam ser percebidas envolvendo a relação *parte-todo*: na primeira, com 73% dos erros no 3º ano e 50% na 8ª série, *a fração de uma figura dividida em partes iguais é igual à figura representada que corresponde ao seu complemento* (por exemplo, pintar 2/3 de 3 elementos corresponderia a pintar apenas 1 elemento). Na segunda categoria, que contribuiu com 55% dos erros na 5ª série e 35% no 2º ano, *dois terços de uma figura dividida em três partes iguais seria igual a duas partes mais meia parte*. Ou seja, nos parece que os sujeitos tenderiam a buscar uma espécie de relação entre os dois termos da fração sem levar em consideração *o todo* apresentado. Finalmente, na terceira categoria, que contribuiu com 90% dos erros na 6ª série e com 59% na 5ª série, os alunos identificam que *dois terços de uma figura dividida em três partes iguais é igual às três partes* (contagem única do denominador), idéia também presente em atividades envolvendo *quantidades discretas*, como apresentado anteriormente.

Vale ressaltar que as três categorias de erros apresentados acima aparecem quando o número de partes em que o *todo* foi dividido coincide com o denominador da fração apresentada. Por outro lado, por exemplo, em uma situação em que o aluno deve representar 2/3 em uma figura formada por 9 quadradinhos, observa-se que 84% de todos os erros correspondem a pintar apenas *duas unidades*. Maia et al. (1991) afirmam que esse tipo de erro estaria associado à forma como é conduzido o ensino de fração nas escolas, que provém da excessiva exploração do modelo *parte–todo* tradicional, reforçando o entendimento de fração como a conjugação de duas ações, perdendo-se de vista a quantidade representada.

Nas situações em que os sujeitos deveriam identificar a fração correspondente às partes pintadas de uma figura, encontramos três concepções errôneas predominantes: [*parte-parte*] com 58% dos erros na 5ª série e 46% em média geral – *a fração correspondente a uma figura dividida em partes iguais com partes pintadas é determinada pela relação (parte pintada)/(parte não-pintada)* –, por exemplo, uma figura dividida em cinco partes iguais com duas delas pintadas corresponderia à fração 2/3*;* [*unidade fracionária pintada*] com 30% dos erros no 3º ano e 12% na média geral – *a fração correspondente de uma figura dividida em partes iguais com partes pintadas é determinada pela relação inversa do número dessas partes pintada* –, por exemplo, se uma figura foi dividida em oito partes e pintadas duas, a fração correspondente seria 1/2, se fossem pintadas três, a fração seria 1/3, e assim por diante; [*fração inversa*] com 31% dos erros na 7ª série e 16% na média geral – *a fração correspondente a uma figura dividida em partes iguais com partes pintadas, é determinada pela relação total de partes em que foi dividida a figura e o número de partes pintadas* – por exemplo, em uma figura dividida em cinco partes iguais com três delas pintadas, os alunos identificam como uma fração 5/3.

Em relação ao sub-construto *quociente*, encontramos o maior índice de acertos entre os alunos de 5ª série, decrescendo com a escolaridade dos sujeitos. Embora esta pesquisa não tenha permitido esclarecer as causas desse fenômeno, é possível que o contexto relacionado ao item estivesse fortemente associado ao cotidiano desses alunos, o que justificaria o melhor rendimento em alunos de menor escolaridade. Destaque-se a importância do modelo *quociente* a explicar frações do tipo 5/3 ou 3/2, que não poderiam ser bem compreendidas pelo modelo *parte–todo.* Uma criança dificilmente aceitaria a *parte* ser maior que o *todo* – em 5/3 (cinco terços), “5” é parte do *todo* “3”, por exemplo.

Considerações finais

Neste trabalho, observamos como diferentes idéias associadas ao conceito de fração se manifestam em função da escolaridade dos alunos. Para tanto, analisamos o rendimento e alguns erros apresentados por alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em um conjunto de 10 atividades. Pudemos constatar que alunos do 3º Ciclo (5ª e 6ª séries) apresentam rendimento diferenciado dos outros investigados. Ao mesmo tempo, verificamos que os tipos de erros, cometidos pelos sujeitos, pouco se alteraram com o desenvolvimento da escolaridade. Mesmo assim, pôde-se perceber que, em algumas séries que trabalhavam *números proporcionais* (3º Ciclo), os alunos rendiam melhor nas questões de frações como *quociente* ou *parte-todo*. Assim como no final do Ensino Médio, que trabalha Química e Física de forma mais acentuada o emprego das frações centesimais, as questões de frações como *operadores* obtiveram os melhores resultados.

Os resultados encontrados nos levam a concordar com Ciscar e García (1988), pois, segundo esses autores, as idéias relativas ao conceito de fração demandam um tempo considerável, em relação ao processo de ensino-aprendizagem. A diversidade de estruturas cognitivas e as diferentes interpretações das *frações* condicionam tais processos. Em outras palavras, o conceito global de *fração* não se consegue totalmente de uma só vez. A identificação e a caracterização dos contextos que tornam significativas as noções de *fração* estariam ligadas a uma espécie de mega-conceito.

Segundo Vergnaud (1988), as competências e concepções desenvolvem-se ao longo do tempo, por meio de experiências envolvendo um grande número de situações tanto no interior da escola quanto fora dela. Isso nos conduz a refletir sobre a necessidade de buscar, em nossas salas de aula, situações diversificadas que permitam que o aluno atribua significado às diferentes idéias associadas ao conceito de fração.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries). Brasília, 1998. Disponível em: http://www.bibvirt.futuro.usp.br/content/download/16619/119740/file Acesso em: 20 nov. 2006.

CHEVALARD, Y. **La transposición didáctica.** Buenos Aires: Aique, 1991. 186p.

CISCAR, S.; GARCÍA, M. V. S. **Fracciones:** la relacion parte-todo. Madri: Sintesis, 1988. p.23-89.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R.; BRADBARD, D. A. (Ed.) **Number and measurement:** papers from a research workshop. Columbus: ERIC/SMEAC, 1976. p. 101-144. Available in microfiche: http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?_nfpb=true&_&ERICExtSearch_SearchValue_0=ED120027&ERICExtSearch_SearchType_0=eric_accno&accno=ED120027.

KERSLAKE, D. **Fractions:** children's strategies and errors. Windsor: National Foundation for Educational Research-Nelson, 1986. p. 26-119.

MAIA, L.; CÂMARA, M.; CÂMARA, P. Repensando a aprendizagem de frações: uma experiência pedagógica. **Tópicos Educacionais**, Recife, v. 9, n.1/2, p.75-82, 1991.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PERNAMBUCO (Estado). Secretaria de Educação. Diretoria de Política e Programas Educacionais. **Matrizes curriculares de referência para o Estado de Pernambuco**. Recife, 2003. v. 1.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry**. London: Routledge, Kegen Paul, 1960. p. 40-127.

PIAGET, J; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PITKETHLY, A.; HUNTING, R. A review of recent research in the area of initial fraction concepts. **Educational Studies in Mathematics,** Dordrecht, v. 30, n. 1, p. 5-58, 1996. doi:10.1007/BF00163751

SILVA, M. J. F**. Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** 167 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_maria_jose.pdf Acesso em: 20 nov. 2006.

SPINILLO, A. G.; BRYANT, P. E. Children's proportional judgment: the importance of half. **Child Development,** Chicago, v. 62, p. 427-440, 1991.

STREEFLAND, L. **Fractions and realistic mathematics education:** a paradigm of developmental research. Dordrecht: Kluwer, 1991. p. 34-113.

TINOCO, L. A. A.; LOPES, M. L. M. Frações: dos resultados de pesquisa à prática em sala de aula. **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v. 1, n. 2, p. 13-18, 1994.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T.; ROMBERG T.; MOSER, J. (Ed.) **Addition and subtraction:** a cognitive perspective. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39-59.

VERGNAUD, G. Theorical frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION*,* 6., 1988, Budapest. **Proceedings…** p. 39-41.

Aprovado em abril de 2007
Submetido em agosto de 2006