Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 30, 2008, pp. 131 a 147

Modelagem Matemática e Seqüências Didáticas: uma relação de complementaridade

Mathematical Modelling and Didactics Sequences: a relationship of complementarity

Pedro Augusto Pereira Borges[1]
Cátia Maria Nehring[2]

Resumo

A Modelagem Matemática tem sido apresentada na literatura como uma eficiente forma de contextualização dos conceitos matemáticos escolares e possibilidade de o aluno vivenciar a experiência de pesquisador. Porém o uso da modelagem como método de ensino de Matemática ainda apresenta questões a serem esclarecidas do ponto de vista educacional. Este artigo discute o ensino gerado pela modelagem, através da análise de duas formas de uso desta: como parte de uma seqüência didática e como uma seqüência didática gerada a partir de um problema real. As conclusões consideram que o ensino gerado por seqüências didáticas de modelagem é: integrador de conceitos e desenvolve a habilidade de associar os conceitos matemáticos às situações reais; o ensino é, de modo geral, incompleto com relação à aprendizagem dos conteúdos planejados, necessitando de outras seqüências didáticas; e a modelagem, complementada com seqüências didáticas, contribui para uma aprendizagem mais significativa, sem perder sua característica de investigação de problemas.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática no Ensino. Engenharia Didática. Ensino de Matemática.

[1] Mestre em Educação (UNICAMP) e em Modelagem Matemática (UNIJUI); Doutor em Engenharia Mecânica (UFRGS). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul/UNIJUI, DeFEM, Rua São Francisco, 501, C.P. 560 , 98700-000, Ijuí,RS, e-mail.pborges@unijui.edu.br.
[2] Mestre e doutora em Educação (UFSC). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul/UNIJUI, DeFEM, Rua São Francisco, 501, C.P. 560 , 98700-000, Ijuí,RS, e-mail. catia@unijui.edu.br.

Abstract

The mathematical modelling has been presented in literature as an efficient way of contextualizing of elementary mathematical concepts, and as a possibility to the students living a researcher experience. But its use as a mathematic teaching method still presents questions to be explained from the educational point of view. This article analyses two kinds of use of modelling on the teaching, and treats the possible teaching results: as a part of a didactic sequence and as a didactic sequence generated from a real problem. The conclusions consider that the teaching resultant of didactic sequences of modelling is: an integrator of concepts and develops the ability to associate the mathematical concepts to the real situations; the teaching is, in a general analysis, incomplete when relationed to the learning of planned contents, needing other didactics sequences; and the modelling, when is complemented with didactic sequences, contributes to a more significant learning, without losing its characteristic of investigation of problems.

Keywords: Mathematical Modelling at Teaching. Didactic Engineering. Mathematics Teaching.

Introdução

A Modelagem Matemática no Ensino tem sido discutida por pesquisadores, tais como D'Ambrósio (1993), Bassanezi (2002), Barbosa (1999 e 2001), Biembengut (1999) e Bean (2001), e é consenso a sua eficiência na função de significar os conhecimentos matemáticos escolares, associando esses a problemas reais e com isso levando os alunos a conhecerem qualificadamente partes da realidade. Um modo de a Matemática escolar estar engajada na formação do cidadão de modo geral (e não somente formar cientistas da área das ciências exatas) é relacionar seus conteúdos com problemas reais, além dos seus próprios. A Modelagem Matemática dá conta desse relacionamento. Talvez mais do que isso. D'Ambrósio (1993) enfatiza a propriedade da Modelagem Matemática (ou da Etnomatemática, pois esta utiliza a Modelagem Matemática) de qualificar a reflexão sobre a realidade com o instrumental matemático, tornando a ação do cidadão sobre a sociedade diferenciada de outras ações. A resolução de problemas reais usando a Modelagem Matemática como instrumento é um procedimento de pesquisa, com coleta e análise de dados, avaliações, cálculos, comparação de resultados, que melhora consideravelmente a qualidade das decisões e das ações do cidadão sobre a realidade.

A prática da modelagem nas escolas ainda apresenta questões que necessitam estudos mais detalhados, tais como: a aceitação do método[3] pelos professores (BARBOSA, 2001); as dificuldades em problematizar os objetos de estudo; a associação da realidade com as estruturas matemáticas; o relacionamento entre os conteúdos envolvidos no modelo e os do plano de ensino; a verificação de como o processo de modelagem contribui para a aprendizagem da matemática; etc. A prática da modelagem no ensino (BORGES, 2003) mostra claramente que uma seqüência de modelos leva à repetição de alguns conteúdos e à negligência de outros. Com relação ao Ensino Fundamental, conforme Borges (2003), os conteúdos associados a proporções repetem-se demasiadamente, enquanto que os de álgebra e operações com números irracionais praticamente não aparecem nos modelos produzidos por alunos da disciplina de Modelagem Matemática de um curso de licenciatura. Esse fato leva a pensar que a modelagem como único recurso didático, apresenta dificuldades para ensinar determinados conteúdos e repete demasiadamente outros, fazendo uso indevido do tempo escolar.

A Modelagem Matemática, como atividade científica, é um método de pesquisa que objetiva encontrar soluções eficientes para problemas reais. Os praticantes dessa modelagem são, em geral, pesquisadores pós-graduados com formações diversas (matemáticos, físicos, engenheiros,...), com razoável conhecimento matemático para modelar em suas áreas de especialidades, mas que também precisam investir tempo de estudo em tópicos de matemática desconhecidos ou relativos ao assunto a ser modelado. A transposição dessa modelagem para o ensino mantém o mesmo objetivo de investigação e acrescenta a função de ensinar matemática. Uma pergunta muito comum dos professores que estão conhecendo a modelagem é: Como os alunos podem resolver um problema com conteúdos que ainda não sabem? Essa dificuldade é superada com a pesquisa dos conceitos necessários em alguma fonte: livros, intervenção do professor, atividades de ensino, etc. É o momento da

[3] Neste artigo é admitido que a modelagem é um método de ensino de Matemática, porque o modelador tem acesso ao conhecimento matemático, cria, revisa, amplia a compreensão e exercita o uso desses na prática da modelagem.

intervenção do professor, com a intencionalidade de ensinar um conceito matemático. Depois do conceito aprendido, ao menos em um nível que possibilite usá-lo, os alunos voltam aos problemas da modelagem. Dessa forma, a aprendizagem dos conceitos matemáticos ocorre em atividades de ensino paralelas às ações da modelagem, o que leva a concluir, provisoriamente, que na modelagem propriamente não há aprendizagem de matemática. Há apenas a contextualização. Isso é verdade? Ou a modelagem contribui para o ensino dos conceitos matemáticos? Nesse caso, quais são as características da aprendizagem gerada pela modelagem? Essas constatações e questões mostram a importância de analisar a Modelagem Matemática no ensino, primeiro quanto à natureza do processo ensino-aprendizagem e, segundo, quanto ao tipo de aprendizagem decorrente da sua utilização.

A Engenharia Didática é um método de pesquisa que concentra seu campo de análise nas ações e nos meios da ação sobre o sistema de ensino como um processo empírico e conduz a investigação sobre as ações de ensino com particular cientificidade (Chevallard *apud* ARTIGUE, 1996). Esse método de pesquisa considera o aluno com sua capacidade cognitiva, os interesses pessoais, a criatividade e um conjunto de influências sociais e políticas manifestadas nos conteúdos e procedimentos escolares que conectam escola e sociedade. Essa compreensão global do processo educacional, segundo Machado (1999), é considerada ao propor as ações de ensino na forma de seqüências didáticas que auxiliam os pesquisadores a detalhar os passos do ensino e a identificar os momentos em que ocorre a aprendizagem. Entendendo que os procedimentos de pesquisa da Engenharia Didática podem ser usados no planejamento do ensino de conceitos matemáticos na forma de situações didáticas, estas podem complementar a modelagem, compondo um processo de ensino com aprendizagens significativas?

Para resolver essa questão, foram analisados neste trabalho dois planejamentos de ensino[4] que utilizam a modelagem associada às seqüências didáticas: na primeira, a modelagem de um problema é uma das situações de

[4] Esses planejamentos de ensino constituem o objeto de análise da investigação deste trabalho e, como planejamentos, são teóricos e passíveis de modificações. Portanto, não são o único caminho para o ensino dos conteúdos propostos. São atividades de ensino que mostram formas possíveis de utilizar a modelagem.

uma seqüência didática, com a função de contextualizar conceitos introduzidos com outras situações; na segunda, a modelagem é uma ação dos alunos sobre um problema, que gera uma seqüência didática com situações de ensino sobre os conteúdos necessários para resolver o problema modelado. São discutidas as características dessas seqüências e do que foi ensinado/aprendido sob a ótica do conceito de aprendizagem significativa de Ausubel (1976).

Engenharia Didática, Aprendizagem Significativa e conteúdos mínimos de matemática

A Engenharia Didática[5] é caracterizada, em Pais (2001), por um trabalho didático que compreende cinco passos básicos: 1º) A *análise preliminar*, que caracteriza os sujeitos, as condições da realidade onde será realizado o ensino; 2º) A *análise a priori,* que define as variáveis globais e locais e a concepção de seqüências didáticas com base nos dados da análise preliminar e no conhecimento que o professor possui sobre a Matemática e sobre o processo ensino-aprendizagem; 3º) *A aplicação da seqüência didática*, que consiste na ação de ensino, devidamente acompanhada com a observação da ação dos sujeitos; 4º) A *análise a posteriori*, que trata das informações coletadas com as observações da aplicação da seqüência didática e 5º) A *validação*, que faz a confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

É importante observar que o momento no qual ocorre a aprendizagem, dentro do trabalho de Engenharia Didática, é no terceiro passo, quando são aplicadas as seqüências didáticas. Essas seqüências são compostas por situações didáticas, que refletem a intencionalidade do professor em fazer com que os alunos se apropriem de um determinado conhecimento matemático. Tal intencionalidade se efetiva na forma de atividades organizadas e orientadas de acordo com a análise a priori. Ou seja, o professor terá que escolher uma concepção de aprendizagem (diretiva ou não-diretiva, tradicional ou

[5] Em Artigue (1996, p.201), o trabalho didático é comparado "[...] ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e portanto a enfrentar praticamente, com todos os meios que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta".

construtivista) e propor atividades que a promovam. A natureza da seqüência didática organizada em diversas situações didáticas é que caracteriza o tipo de processo ensino-aprendizagem, e não a Engenharia Didática de modo geral. Esta garante a efetivação da aprendizagem, quando realizados os passos quatro e cinco. Seqüências com situações de pesquisa bibliográfica e aulas expositivas podem levar ao aprendizado do mesmo conceito obtido com seqüências compostas por situações didáticas que usam materiais concretos, experimentos e aquisição de conceitos via seminários, ou por aquelas que utilizam estudo dirigido, desenvolvendo diferentes habilidades lógicas e atitudes diante das dificuldades inerentes ao aprendizado.

A Engenharia Didática tem, na sua concepção, a objetividade do ato de ensinar, característico da escola formal[6] e seus processos, assegurando que a aprendizagem se efetive. Como a aprendizagem é o objetivo do ensino, é necessário definir (e isso deve ser feito na análise *a priori* da Engenharia Didática) o que se entende por aprendizagem. Neste trabalho será adotado o conceito de aprendizagem significativa de Ausubel (1976) como ponto de partida. Segundo esse autor, uma aprendizagem significativa ocorre quando o aprendiz atribui algum significado aos conceitos, variáveis e símbolos que lhe foram ensinados. Ou seja, a aprendizagem significativa é um processo através do qual uma nova informação (um novo conhecimento) se relaciona de maneira não-arbitrária e substantiva (não-literal) à estrutura cognitiva do aprendiz. É no curso da aprendizagem significativa que o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito (MOREIRA, 1999). Qual é o sentido dessa definição no processo ensino-aprendizagem da matemática?

A definição de Ausubel (1976) pode ser detalhada qualificando o tipo de significado a ser atribuído aos conceitos, variáveis e símbolos matemáticos: significados internos e externos à matemática. Os internos são significados que os conceitos, variáveis e símbolos possuem em um contexto dentro da própria Matemática. Por exemplo, as letras "*a*" e "*b*" podem ter diferentes

[6] O termo "escola formal" é usado neste texto com referência à escola organizada em séries ou ciclos, com conteúdos separados em disciplinas e o ensino gerenciado por professores. O processo de ensino-aprendizagem que ocorre na escola formal difere do processo da escola natural, onde o aluno aprende por observação/convivência com o pai, ou o aprendiz com o mestre-artesão.

sentidos dependendo do contexto: em uma função linear $y = ax + b$ são coeficientes que definem a posição particular de retas no plano; na fração *a/b* são números inteiros que representam a relação entre as partes do inteiro e o número de partes desse inteiro. Se o aluno reconheceu o sentido dessas letras em cada estrutura matemática, ele lhes atribuiu significado matemático. Outros significados internos também estão presentes nesse caso, como o reconhecimento das estruturas de função e fração, dos símbolos de igualdade e adição na função e de divisão na fração. Todos esses significados são internos à Matemática. O significado geométrico da função linear e suas relações com os parâmetros "*a*" e "*b*" também são significados internos, assim como a verificação da propriedade das frações equivalentes *(a n)/(b n)* para *n* natural.

Os significados que os conceitos, variáveis e símbolos possuem em um determinado contexto fora da Matemática são externos. Por exemplo, ao associar as variáveis x e y à quantidade (massa) e ao custo final de areia comprada por um consumidor, respectivamente, temos o parâmetro "*a*" o preço de uma tonelada de areia e o parâmetro "*b*" o frete, obtendo a função custo da areia $y = ax+b$. Esses parâmetros e variáveis adquirem um significado externo à Matemática. O conceito de aprendizagem significativa de Ausubel (1976), portanto, está fortemente vinculado à atribuição de um sentido lógico dos conceitos matemáticos aos significados internos ou externos à Matemática. Ou seja, a aprendizagem só é significativa quando o aluno atribui um sentido lógico, coerente dentro de um contexto para um símbolo, conceito ou variável.

Na modelagem, os conteúdos ensinados são aqueles presentes nos modelos trabalhados; por isso, esse processo de ensino não enfoca grande parte dos conteúdos mínimos planejados para a aprendizagem da matemática escolar. Em Borges (2003) e Barbosa (1999 e 2001), observa-se que alguns conteúdos são mais trabalhados do que outros em situações de modelagem. Isso gera um problema no uso da modelagem na escola, já que esta possui um currículo pré-definido. A *totalidade do conhecimento matemático* em relação aos conteúdos mínimos de cada série é definida pelas orientações dos professores e dos órgãos de gerenciamento da educação (escolas, secretarias e coordenadorias) para cada nível de escolaridade. Do ponto de vista da socialização do conhecimento, a totalidade é um dos objetivos da educação formal, pois a formação do aluno ficaria prejudicada se uma das operações com números racionais, a divisão, por exemplo, não lhe fosse ensinada, mesmo que essa operação não seja comum em aplicações. Limitar a oferta de conteúdos às aplicações cotidianas, ou ao modelo estudado, pode causar problemas na formação dos alunos que seguirão estudando na área das ciências exatas. Haja vista que a modelagem não consegue cumprir com a propriedade da totalidade do conhecimento matemático escolar, no sentido descrito acima, as seqüências de situações didáticas poderiam ser uma possibilidade de resolver esse problema.

A Modelagem Matemática e a Engenharia Didática

Para analisar a aprendizagem na modelagem e a complementação com a Engenharia Didática foram desenvolvidas duas seqüências de situações didáticas, nas quais a modelagem desempenha funções com objetivos didáticos diferentes. Na primeira, a modelagem é parte de uma seqüência didática, com a função de contextualizar conceitos introduzidos com outras situações didáticas e, na segunda, a modelagem é uma seqüência didática gerada a partir da necessidade de estudar um problema real e complementada com situações didáticas que resolvem as questões de ensino dos conteúdos associados ao problema real.

Modelagem matemática como parte de uma seqüência didática

O ensino da função linear para o primeiro ano do Ensino Médio pode ser proposto (obviamente existem outras tantas alternativas) como uma seqüência de situações didáticas com vistas a desenvolver a noção de proporcionalidade, diferenciar variáveis proporcionais de não-proporcionais, expressar a proporcionalidade como uma função, analisar o efeito dos coeficientes da função e contextualizar a função linear, associando esta a variáveis reais.

Situação 1 (S1)
Usando triângulos retângulos semelhantes, meça o comprimento do cateto adjacente (X) e do cateto oposto (Y). Anote os dados em uma tabela onde as colunas são os valores de X e Y. Coloque os dados da tabela em um gráfico cartesiano.
É possível determinar o cateto adjacente de um triângulo retângulo semelhante aos triângulos usados, sendo que o cateto oposto mede 100 m ?

Situação 2 (S2)
Calcule o perímetro de quadrados de lados x = 2, 4, 6, 8, ... cm. Anote os dados em uma tabela onde as colunas são os valores de x e do perímetro P. Coloque os dados da tabela em um gráfico cartesiano.
É possível determinar o perímetro de um quadrado de lado 100 m com base na análise do comportamento das variáveis x e P?

Situação 3 (S3)
a) Calcule a área dos triângulos da Situação 1. Faça o gráfico do cateto oposto em função da área.
b) Calcule a área dos retângulos da Situação 2. Faça o gráfico do lado dos quadrados em função da área.
c) Usando círculos de raios diferentes calcule suas áreas. Faça o gráfico do raio em função da área dos círculos.
Compare os gráficos obtidos nas Situações 1 e 2 com os da Situação 3.

Experimente criar um conceito de proporcionalidade, juntamente com seus colegas e professor. Compare o conceito criado com os conceitos encontrados em livros didáticos de 6ª série.

Situação 4 (S4)
Dados os conjuntos X={1,2,3,4,5,...}, Y1={1,2,3,4,5,...}, Y2={2,4,6,8,10,...} e Y3={3,6,9,12,15,..}
a) Forme pares ordenados com os elementos correspondentes do conjunto X e do conjunto Y1 e faça um gráfico cartesiano.

b) Repita o procedimento (a) com os elementos de X e Y2 e com os elementos de X e Y3.
c) Seria possível prever os elementos dos conjuntos Y1, Y2 e Y3 se o conjunto X fosse X={9, 11, 13,...}.
d) Existe proporcionalidade entre os elementos dos conjuntos X e Y1, X e Y2, X e Y3?

Situação 5 (S5)
a) Usando o conceito de proporcionalidade entre duas variáveis, escreva uma fórmula que relacione duas variáveis proporcionais.
b) Teste sua fórmula com os valores das tabelas das Situações 1, 2 e 4.
Sua fórmula deveria funcionar para as variáveis da Situação 3? Explique sua resposta.

Situação 6 (S6)
O custo da água potável vem sendo cada vez mais significativo no orçamento das famílias urbanas. O desperdício de água pode estar em atividades cotidianas, como lavar carros, calçadas e tomar banho.
Calcule o custo de banhos de 15 minutos para a torneira do chuveiro aberta com ângulos de 90º, 180º, 270º, 360º e 450º. (A solução deste problema necessita de experimentos para determinar a vazão de água para cada ângulo de abertura da torneira).

Situação 7 (S7)
Existe uma relação proporcional entre as variáveis quantidade de água (Q) e tempo (t)?
Faça fórmulas (funções) para relacionar a quantidade de água (Q) e o tempo (t) para cada ângulo de abertura da torneira. Coloque as funções no mesmo gráfico e compare as retas obtidas.
a) O que faz com que as retas tenham inclinações diferentes?
b) Retas horizontais ou verticais teriam sentido no problema?

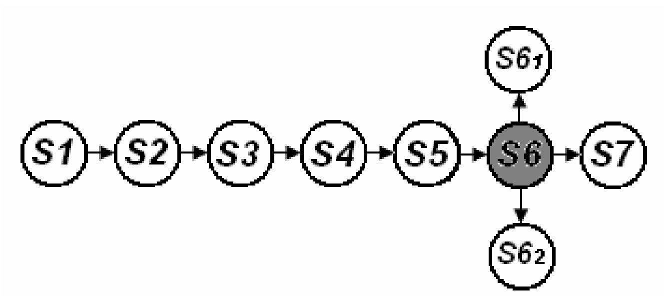

Figura 1 – Modelagem Matemática como parte de uma seqüência didática.

A Figura 1 ilustra a seqüência de situações didáticas descrita, onde somente a ***S6*** é de Modelagem Matemática. Essa situação, como foi proposta, tem características diretivas, indicando as ações do aluno e pré-formulando um problema a ser investigado. Esse direcionamento é característico da forma como a situação didática de modelagem é inserida na seqüência didática.

A ***S6*** pode gerar outra(s) seqüência(s) didática(s) ($\boldsymbol{S6_1}$ e $\boldsymbol{S6_2}$), com a finalidade de ensinar ou revisar conteúdos necessários para a modelagem (medidas de ângulos, por exemplo). Neste caso, ter-se-ia uma Engenharia Didática de seqüências não mais unidirecionais, mas em redes, imitando o formato do sistema de raízes de uma planta, onde os ramos têm derivações e intersecções, mesmo mantendo uma direção preferencial. Ou seja, conceitos e habilidades desenvolvidas em uma seqüência didática podem ser retomados em outras, formando uma rede integrada, descompartimentalizando o conhecimento matemático.

A ***S6***, nessa seqüência didática, tem apenas a função de aplicar o conceito construído nas seqüências anteriores, mesmo que faça muito mais do que isto: desenvolve a habilidade de trabalhar com experimentos (geração, organização e análise de dados); aplica unidades de medida de capacidade, ângulos e tempo; introduz o conceito físico de vazão; e leva o aluno a pensar sobre um problema real contemporâneo e que, de alguma forma, tem implicações com suas decisões pessoais. A modelagem, assim aplicada, integra (do ponto de vista da didática), contextualiza conceitos e, ainda, pode ser usada para enriquecer as seqüências didáticas.

A segunda parte da ***S3*** e a ***S5*** são situações didáticas sistematizadoras das noções desenvolvidas nas situações ***S1***, ***S2*** e ***S4***. Elas provocam o aluno para tirar conclusões, escrever e testar resultados. É nessas situações que ocorre a efetiva aprendizagem do conhecimento matemático, pois o aluno registra as observações feitas nas atividades ***S1***, ***S2*** e ***S4*** na forma de conceitos escritos em linguagem matemática. Isso caracteriza um processo de generalização e construção de conhecimento matemático. Na ***S6*** ocorre a aplicação dos mesmos conteúdos em contextos diferentes dos anteriores. Na ***S7*** é proposta a análise da relação entre a declividade das retas e o coeficiente angular. Nesta atividade é feita a sistematização das noções desenvolvidas na ***S6***. Com isso, observa-se que a Modelagem Matemática também ensina matemática, mesmo que sua mais forte potencialidade seja a aplicação.

A Modelagem matemática como uma seqüência didática

O ensino da função linear (assim como de outros conteúdos) pode ser proposto através da Modelagem Matemática de um (ou mais de um) problema, combinada com situações didáticas criadas especificamente para ensinar conceitos que o aluno desconhece e que serão necessários para a resolução dos problemas criados pela modelagem. As ações de estudo (situações didáticas) vão sendo planejadas e elaboradas pelo grupo (professor + alunos) na medida em que há a necessidade de estudar determinado conteúdo. Formas diretivas da Modelagem Matemática no ensino consideram problemas já pesquisados e, com isso, o professor pode dispor de uma coleção de situações didáticas para trabalhar determinados conteúdos que, previamente se sabe, serão necessários para a modelagem.

A conservação da água é um tema atual e pode ser objeto de discussão em uma classe de Ensino Médio. Considere-se que, com base em dados coletados em jornais, *internet* e revistas, um grupo de alunos observou a relevância do problema, pois a água é um bem fundamental para uma série de processos vitais. Observou também que a poluição dos rios tem diminuído a disponibilidade de água potável do planeta e que lavar carros, calçadas, tomar banhos demorados, com torneiras abertas ao máximo é um desperdício, além de um dano ecológico e, de alguma forma, é um problema associado à vida de todos. Com o intuito de desenvolver ações que contribuam para diminuir o problema, alunos e professor poderiam encaminhar uma pesquisa da seguinte forma:

a) Pesquisar informações sobre o tratamento da água potável e sobre o problema de conservação dos mananciais de água do planeta.
b) Calcular o custo de banhos de 15 minutos para a torneira do chuveiro aberta com ângulos de 90º, 180º, 270º, 360º e 450º. (A solução deste problema necessita de experimentos para determinar a vazão de água para cada ângulo de abertura da torneira).
c) Com os resultados obtidos, programar estratégias para tomar banhos mais econômicos e ecológicos.
d) Elaborar um problema de interesse da classe sobre o tema "economia da água potável", que demande alguma investigação quantitativa.

Com base em dados experimentais sobre a quantidade de água que sai da torneira por unidade de tempo, pode-se calcular a quantidade de água para qualquer tempo, usando regra de três ou função. Porém, para isso, os alunos necessitam do conceito de proporcionalidade, que pode ser introduzido com as situações didáticas ***S1*** a ***S5***, como ilustra a Fig. 2. Observa-se que, nesse caso, o trabalho de modelagem é interrompido e os alunos realizam seqüências didáticas que formarão os conceitos necessários para resolver o problema do custo do banho de 15 minutos. Terminado o processo de modelagem, as situações ***S4*** e ***S7*** poderiam ser aplicadas para estudar e sistematizar o conhecimento sobre proporcionalidade e o coeficiente angular da função linear.

A atividade de modelagem proposta poderia ser considerada uma situação didática, porém com características não tão diretivas como as apresentadas no primeiro exemplo da modelagem como parte de uma seqüência didática. Uma pesquisa geral sobre o tema foi proposta (item (a)) para que os alunos reconheçam a importância do assunto. A elaboração prévia de um problema (item (b)) pode ser usada, em modelagem, para objetivar o estudo na direção de um conceito que se deseja ensinar, sem tolher a iniciativa dos alunos, pois outros problemas poderão ser formulados, como sugerem os itens (c) e (d).

Observa-se que a sistematização da aprendizagem de conhecimento matemático ocorre efetivamente nas situações didáticas e não necessariamente no processo de modelagem, mesmo que – como observado anteriormente – a modelagem preste sua colaboração para a aprendizagem, dando motivação para aprender proporcionalidade e função linear, produzindo dados sobre as variáveis e fornecendo elementos para a observação da proporcionalidade. Nesse exemplo, observa-se que as situações didáticas de sistematização possibilitam ações de aprendizagem do conhecimento matemático, por isso são didaticamente fundamentais, pois, durante a modelagem, a prioridade da ação é a solução dos problemas e não propriamente a aprendizagem de matemática.

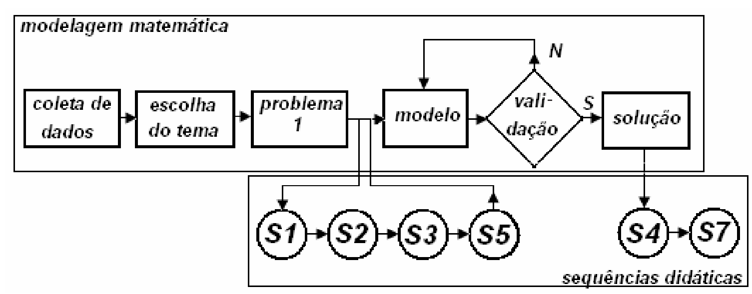

Figura 2 – Passos da Modelagem Matemática associados às situações didáticas em paralelo.

A complementaridade entre Engenharia Didática e Modelagem Matemática

A modelagem ensina Matemática na medida em que produz dados para a construção dos conceitos, exemplifica aplicações e pratica exercícios (fixação). A modelagem também é um excelente recurso para contextualizar os conteúdos de matemática e contribui com elementos para que a aprendizagem significativa ocorra, pois oportuniza a associação dos conteúdos aos significados externos à Matemática. Esses fatos foram ilustrados nas duas seqüências apresentadas. No entanto, a modelagem, sem os momentos de sistematização bem definidos, produz um ensino parcial dos conteúdos escolares, em relação ao que foi conceituado como totalidade da aprendizagem, neste artigo. Essa observação só tem sentido se for assumido que a totalidade é um objetivo da educação democrática (no sentido de socializar o conhecimento). Admitir como resultado da aplicação da modelagem somente a aprendizagem do ato de modelar e o conhecimento da realidade (que, se sabe, é bem limitado com os recursos matemáticos e computacionais trabalhados na escola de Ensino Fundamental e Médio) é não cumprir com o objetivo básico do ensino da matemática, que é ensinar Matemática.

Neste trabalho, as situações didáticas foram elaboradas com o objetivo de suprir a necessidade de conhecimentos demandados pela modelagem. Outras situações didáticas poderiam ser elaboradas com o objetivo de aprofundar o conhecimento de propriedades e aplicações da função linear, tais como paralelismo, perpendicularismo, intersecção de retas, etc., dando conta da qualidade de totalidade do conhecimento matemático. Essas novas situações didáticas podem envolver modelagem ou não. No entanto, dificilmente todos os conteúdos poderão ser aprendidos a partir de uma investigação, devido aos problemas de tempo e disponibilidade de aplicações significativas. Nessa concepção de modelagem associada com seqüências didáticas, o planejamento de algumas situações didáticas mais diretivas resolveria o problema da totalidade, provavelmente com economia de tempo escolar.

As situações didáticas resolvem os problemas de ensino-aprendizagem em um nível microdidático. Ocupam-se das complementações na construção dos conceitos, das sínteses e das sistematizações necessárias para a organização do aprendizado escolar, que a modelagem não contempla totalmente. O desafio do professor é criar uma seqüência didática que leve o aluno à aprendizagem de determinados conceitos matemáticos. Esta preocupação não é tão central na modelagem. Entende-se que sua centralidade é a busca de significação externa para os conteúdos de matemática. Porém, se a modelagem for complementada com seqüências didáticas adequadamente planejadas, pode se constituir em um processo de ensino eficiente (no sentido de ensinar matemática) e abrangente (no sentido de trabalhar aspectos da realidade na escola, contribuindo efetivamente para a formação do cidadão).

A modelagem dá uma característica não-linear às seqüências didáticas na medida em que faz ligações entre diferentes conceitos, provocando a necessidade de novas seqüências (retomar as Situações ***S6, S6***$_1$ e ***S6***$_2$). Essa dimensão interligada de relações conceituais tem característica de rede de seqüências didáticas, planejadas integradamente com o processo de modelagem. Como podemos observar em ***S1***, ***S2*** e ***S3***, os conceitos de geometria são usados para trabalhar proporcionalidade e contribuem para a sistematização do conhecimento de função linear.

Considerações Finais

As seqüências didáticas apresentadas nesse trabalho mostram que a modelagem contribui para a aprendizagem, fornecendo elementos para a construção dos conceitos matemáticos. Porém, sua característica principal no processo ensino-aprendizagem é a de contextualizar o conhecimento. Ao fazer isso, ela qualifica a aprendizagem, pois leva o aluno a atribuir significados reais aos conceitos matemáticos, tornando a compreensão dos conceitos mais efetiva e abrangente do que em seqüências com significados estritamente internos à matemática.

A utilização da modelagem no ensino, associada às seqüências didáticas, pode proporcionar melhores resultados, em relação a sua concepção original como método essencialmente investigativo, considerando a estrutura da escola formal (horários, conteúdos mínimos, seriação,...), porque se torna um método mais diretivo (no sentido que direciona e sistematiza a aprendizagem) sem perder sua característica investigativa. No entanto, a redução da Modelagem Matemática a Seqüências Didáticas lineares, simplesmente com o objetivo de contextualizar conceitos tenderia para simples ilustrações e se descaracterizaria como processo de modelagem, pois perde o caráter investigativo. No entanto, se forem admitidas seqüências na direção dos problemas modelados, forma-se a rede de seqüências, que gera um ensino integrado (pois vários conceitos serão estudados no mesmo assunto de modelagem) e uma aprendizagem significativa (pois os significados são dados pelas próprias situações didáticas e pela associação aos problemas reais investigados).

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. In: BRUN, J. (Org). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-218.

AUSUBEL, D. **Psicologia educativa:** um ponto de vista cognitivo. México: Trillas, 1976.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre modelagem matemática. **Zetetiké,** Campinas, SP, v.7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais ...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v. 8, n. 9/10, p. 49-57, 2001.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática.** Blumenau: Editora da FURB, 1999.

BORGES, P. A. P. Experiências de modelagem matemática em curso de licenciatura. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2003, Pelotas. **Anais...** Pelotas, RS: SBEM-RS,UCPel, 2003. 1 CD.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática: um programa. **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v. 1, n. 1, p. 5-18, 1993.

MACHADO, S. D. A. Engenharia didática. In: MACHADO, S. D. et al. **Educação matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 197-210. (Série Trilhas).

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significa**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999. (Série Fórum Permanente de Professores).

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. p. 99-111. (Coleção Tendências em Matemática).

Aprovado em fevereiro de 2008
Submetido em abril de 2007

GEPEM

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Instituto de Educação da UFRuralRJ – Sala 30
Rod. BR 465, Km 7 - CEP: 23890-000 - Seropédica, RJ
Tel./fax.(21) 2682-1841
http://www.gepem.ufrrj.br
gepem@ufrrj.br

O GEPEM tem a finalidade de ser um grupo de investigação e inovação para manter atualizados os educadores e criar condições necessárias para o desenvolvimento da Educação Matemática. Atualmente é presidido pelo Prof. Marcelo Almeida Bairral (Instituto de Educação da UFRuralRJ). As diferentes contribuições dos associados e colaboradores fazem com que nos seus 30 anos de existência o GEPEM organize e divulgue, semestralmente, a sua principal publicação (o Boletim do GEPEM, ISSN 0104-9739) e mantenha contato constante com seus membros através dos Informativos Trimestrais.

Mantendo a anuidade (sócio nacional individual: R$ 30,00; nacional institucional R$ 60,00; internacional individual: R$ 40,00; internacional institucional: R$ 70,00) atualizada cada associado terá direito a 2 Boletins (Revista) e Informativos Trimestrais (divulgação de eventos, livros, desafios, etc.), além de descontos em nossas publicações e eventos. Conheça e compre nossas publicações! Preços e condições especiais para sócios. Visite nossa página na Internet! O GEPEM também estabelece permuta com periódicos de educação matemática e áreas afins.

Boletim Gepem 52 (jan./jun.2008)
Dificultades en el aprendizaje matemático asociadas al aula multicultural / Núria Planas e Mequè Edo; **Educação matemática crítica: discutindo sobre suas perspectivas e contribuições para o ensino-aprendizagem da matemática** / Nilcéia Aparecida M. Pinheiro; **A Matemática na Escola dos Sem-Terra: uma abordagem Etnomatemática** / Adriana Richit e Mauri Luís Tomkelski / **Trabalho Colaborativo Mediado pelas Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação do Professor de Matemática: Indícios de Mudança da Cultura Docente /** Gilvan Luiz M. Costa; **Relato de uma implementação de uma disciplina de Cálculo na Arquitetura** / Gilda de La Rocque Palis. **Resenha de Matemáticas y exclusión** (Giménez, Díez-Palomar e Civil, 2007) por Lourdes Rué Rosell.