Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p. 161 a 181

A Hora da Fração: pequena sociologia dos vampiros na Educação Matemática[1]

The Fraction Hour: a small sociology of vampires in Mathematics Education

Carlos Roberto Vianna[2]

Resumo

Este artigo traça uma analogia entre o imaginário associado às histórias de vampiro e as pesquisas e preocupações de professores relacionadas com o ensino das frações, principalmente no que diz respeito às séries iniciais do ensino fundamental. O artigo propõe a retirada das menções às frações como representação da relação parte-todo, advogando que neste contexto o objeto que recebe a denominação de 'fração' não é um número.

Palavras-chave: Frações. Educação Matemática. Currículo. Ensino Fundamental.

Abstract

An analogy is drawn in this article between the imagination associated with vampire stories and the research and concerns of teachers related to the teaching of fractions, mainly with respect to early elementary education. It is proposed that fractions not be referred to in terms of representing the part-whole relation, as in this context, the object denominated "fraction" is not a number.

Key-words: Fractions. Mathematics Education. Curriculum. Elementary Education.

---

[1] Este artigo foi produzido em um período que o autor contava com o auxílio de bolsa do CNPq. Fica registrado o agradecimento aos consultores *ad hoc* e à editoria da Profa. Nilza Bertoni pela leitura crítica e sugestões. Claro que, apesar disso, eles não podem ser responsabilizados pelas ocasiões em que prevaleceu a teimosia do autor.

[2] Doutor em Educação pela FE-USP e professor do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFPR. Endereço para correspondência: Departamento de Matemática – UFPR, Caixa Postal 19081. CEP 81531-990. carlos.vianna@ufpr.br

Os vampiros são seres fictícios que povoam livros, filmes e a imaginação. Se perguntarmos coisas sobre vampiros; talvez nos seja dito que não atacam pessoas que estejam usando colares feitos de alho, que temem crucifixos e morrem somente se o seu coração for atravessado por uma estaca de madeira ou ficarem expostos à luz do Sol. A imagem do vampiro também está relacionada com a sensualidade e seu poder de atrair as vítimas, encantando-as de modo que elas se tornam escravas de sua vontade. Desse imaginário, o ponto relevante para a Educação Matemática, e para aquilo que pretendo comentar sobre as frações, é a "hora do vampiro", uma coisa sobre a qual, talvez, pouco se tenha pensado.

Sabe-se que os vampiros dormem durante o dia e que, para se alimentar, saem de seus caixões ao anoitecer. Qual é a hora em que eles saem de seus caixões? Há um momento no "fim do dia", quando o Sol se põe lentamente, restando um pouco de claridade que vai se transformando em escuridão. Essa é a "hora do vampiro", a hora em que ele desperta com toda sua força. Essa "hora" não é a mesma em todos os lugares, varia conforme os fusos horários. Num mesmo lugar, varia conforme a época do ano. De qualquer modo, podemos dizer que essa descrição define, ainda que de modo difuso, a "hora do vampiro"; uma hora que deve ser respeitada e temida por aqueles que adentram seu território com uma estaca nas mãos; pois, chegada essa hora, ele irá se levantar e nos enfrentar[3].

Do mesmo modo, seguindo a analogia, nos deparamos com a "hora da fração". Defendo o extermínio das frações, sua retirada dos currículos, dos livros didáticos, das listas de conteúdo escolar... Mas, acho que todos os que, algum dia, defenderam essa idéia, acabaram se debatendo com miudezas, com detalhes, e; sem que notassem, chegava a "hora da fração" (quando toda a força delas, junto com seus seguidores, parece conjurar a eterna permanência no campo dos saberes escolares).

E assim, as frações – que são conhecidas dos professores que trabalham com elas no universo da matemática escolar -, continuam a assombrar as criancinhas, continuam a roubar-lhes energia, tempo e, muitas vezes, algum

[3] "A hora do vampiro" é o título da tradução brasileira do segundo livro publicado por Stephen King: *Salem's Lot*, que em uma de suas passagens descreve aquilo que tentamos aqui definir.

prazer que ainda tivessem por uma coisa chamada 'matemática'. Não é fácil, mas o objetivo desse artigo é o de tentar cravar uma estaca no coração desse conteúdo que tanto assombra os primeiros anos de escolaridade.

Uma breve revisão da literatura nos mostraria que as crianças, mesmo após 4 ou 5 anos de escolaridade, não compreendem as frações. No caso deste artigo, abro mão dessa revisão por entender que ela atuaria como os componentes da "hora do vampiro" na ficção: os caçadores de vampiro se perdem em indecisões, dilemas sobre seus amigos que também se tornaram vampiros, têm que fabricar estacas, não encontram água benta... sofrem atraso sobre atraso, e quando vão ao encontro do inimigo, está anoitecendo e têm que enfrentá-lo no auge da força. O que há em comum nessa literatura sobre frações é o constante "desvio" do problema principal. Sim, é fato, as crianças não aprendem frações. Daí as investigações são as mais variadas: por que é que não aprendem? Qual a melhor forma para ensiná-las? Como relacionar as frações com números racionais? ... Queremos mostrar neste artigo que o problema principal, que estas pesquisas praticamente desconhecem, é que as coisas chamadas de "frações" [no modo como são definidas nos materiais destinados para crianças com até 10-11 anos de idade] não são sequer "números", embora recebam tratamento como se fossem.

Talvez alguns dos leitores fiquem ansiosos. Afinal, o que este autor espera para mostrar o que entende por "fração"? Os livros texto de matemática são exemplares para retirar este tipo de ansiedade, começam logo com uma "definição". Eu não apresento uma definição, isso seria incoerente com o modo como penso e argumento aqui. Que tal se você, leitor, escolher uma definição?... No seu livro favorito, no livro que costuma usar em sala de aula? Só peço que tenha o cuidado de fazer essa escolha dentro de um certo "padrão": que o livro seja utilizado em escolas, que seja um livro destinado às primeiras séries; enfim, que seja um livro "comum" no sentido de que ele pouco se diferencie daqueles outros seres-livros seus semelhantes. Não dou uma definição, mas posso dar um exemplo: as frações são modos de representar partes selecionadas de um todo dividido em partes iguais, usualmente representadas por "barras" que são associadas a chocolates, ou círculos associados a tortas. Nesse contexto, as frações são, necessariamente, menores ou no máximo iguais ao que se estipula chamar de “inteiro”; tanto que naquelas frações em que o numerador é maior que o denominador isso é estabelecido na sua forma de serem reconhecidas e chamadas como “frações impróprias”. Uma coisa a mais: as frações, assim como os vampiros, são criações humanas; só que aos vampiros dá-se o tratamento padrão destinado às monstruosidades, enquanto que as frações recebem o tratamento padrão destinado ao conhecimento científico.

Agonia.

Um professor de matemática quase não suporta que o texto demore tanto a entrar “no assunto”. Imagino que alguém que “torça por mim” também fique um tanto agoniado: tantas palavras, muita analogia, mas nenhum argumento “palpável”. Imaginem, caros leitores, o que seriam os argumentos que poderiam convencê-los a mudar o time pelo qual torcerão no próximo campeonato! Não creio que os aceitassem, por mais legítimos que fossem! Então, não se trata aqui de “revisão de literatura” para buscar autoridades, também não se trata de obter uma argumentação irretocável... Trata-se de provocar uma certa sensação, de conjurar um certo estado de ânimo... e preciso contar com a boa vontade do leitor para seguir adiante, para deixar-se levar pela analogia... para sentir-se momentaneamente como lendo um livro ou vendo um filme de vampiros. Posso dizer que espero do leitor algo que está posto desde o primeiro momento quando ele começa ler romances ou ver filmes: a suspensão da descrença.

Os vampiros não são intrinsecamente maus. O que faz um vampiro? Ele mata para comer. Ele se alimenta do sangue de seres humanos. Mas, seres humanos também matam para comer, alimentam-se de vacas, galinhas, porcos, peixes... Do ponto de vista da “crueldade”, poucos autores de ficção se aventuraram a descrever um universo em que vampiros criassem seres humanos e tivessem matadouros e frigoríficos para armazená-los; do mesmo modo como fazemos com os seres cuja carne consumimos.

Vampiros não existem.

Vampiros e frações são criações humanas, são criações de culturas e épocas distintas, são criações que remetem a campos de conhecimento distintos. Os vampiros podem ser pensados como alegorias que descrevem relações de poder e formas de resistência à opressão: enquanto residentes em vilas retiradas os vampiros permanecem desconhecidos; em cidades maiores eles são notados e perseguidos. Mesmo quando vivem em castelos distantes, os vampiros raramente são atormentados enquanto atacam apenas os camponeses; ao passo que basta um sangue mais nobre ficar ao seu alcance, para passarem a ser caçados e perseguidos, até mesmo pelos aldeões que conviviam, ainda que aterrorizados, com eles.

As frações diferem dos vampiros porque são chamadas a intervir objetivamente quando nos deparamos com problemas que envolvem "partes". Isso aconteceu no passado e ainda acontece. Tanto quanto os vampiros, as frações são construções históricas, e ambos foram criados e modificados segundo as diversas representações possíveis a cada época e lugar. Do que eu disse, vê-se que não há "maldade" nas frações. Será que há algum problema naquilo que fazemos com elas?

Afirmo: as operações com frações aterrorizam as crianças há muito tempo. Aterrorizam adultos também, não sendo difícil encontrar pessoas que pararam de estudar e que, ao tentar retomar seus esforços para aprender a "ler e escrever", encontram nas "frações" e suas operações um difícil obstáculo ao objetivo de tornarem-se cidadãos alfabetizados. As frases acima não recorrem à sustentação das autoridades: recorrem à experiência dos leitores que já tiveram pela frente o desafio de ensinar frações a crianças, jovens e adultos; recorre também à experiência daqueles leitores que sendo professores em universidades e cursos os mais diferentes, encontram adultos e profissionais que, embora muito capazes em diversos aspectos de suas relações com o saber, têm nas frações uma dificuldade que nos custa compreender.

Frações e vampiros são criações humanas e seja lá o que for que façamos com estas coisas, o "bem" e o "mal" não é uma característica própria delas; é algo que atribuímos, de acordo com nossa cultura, por associação com aquilo que julgamos que estas coisas fazem. Deste modo, é por isso que dizemos dos vampiros que são "maus", porque matam nossos semelhantes. Simetricamente, diz-se das frações que elas são "boas" porque são conhecimento científico ou escolar.

A analogia já se põe longa, e pouco foi dito de “matemática”. Seria importante apresentar algum argumento exemplar para convencer meus leitores a deixar de lado o ensino das frações? Como disse antes, não creio que “argumentos” sirvam para meu objetivo... que **não é** o de “convencer alguém”. O movimento que este texto pretende provocar é simples: plantar a possibilidade de uma dúvida razoável. Não é provável que uma argumentação racional venha a demover alguém da crença na eficácia e necessidade do ensino de frações nas séries iniciais; mas talvez seja possível fazer ver que *não há* base racional, nem científica, nem histórica, nem filosófica que possa sustentar a permanência das frações nos currículos escolares... Elas permanecem, mas não devido a argumentos ou a algum imperativo racional. Elas permanecem à força, por inércia, por medo, por ignorância ou desconhecimento. Por exemplo: a existência de notações para frações no Egito antigo não justificaria a permanência das frações hoje, pois muitos conhecimentos daquela época não são mais usados. São muitas as coisas que estavam presentes em sociedades do passado, mas que deixaram de freqüentar os conteúdos escolares... as frações não permanecem pelo que elas eram, ainda estão presentes porque são identificadas com uma coisa importante: os números racionais. Será que as frações (tal como pedi aos leitores que buscassem a definição!) são mesmo números racionais?

Como se vê, no campo da argumentação parece não ser possível encontrar uma solução... e o sol já vai alto, e continuamos a perder tempo, e a hora da fração se aproxima: ela acabará conosco, seus seguidores triunfarão em todos os currículos até o fim da eternidade. Vamos então buscar nossa “arma secreta”, um argumento simples mas que, veremos logo abaixo, não é percebido, ainda que alguns pesquisadores cheguem a mencioná-lo!!

As frações não são números.

Ressalva: sempre entendendo que o objeto deste artigo são as “frações” como ensinadas na escola elementar. Frações definidas como relação parte-todo, definidas daquelas múltiplas maneiras que recorrem a “barras” ou “tortas” divididas em partes iguais e das quais se toma algumas. Se você leitor identifica a fração como “número racional”, então não tem em mente o mesmo que eu! Quando essa “identificação” está disponível, o número 0,25 é o mesmo que

¼, e, portanto a mesma representação (¼) significa "uma parte tomada em um todo dividido em quatro partes iguais" e "1 dividido por 4". No entanto, quando as frações são apresentadas nas séries iniciais mediante a operação de dividir todos em partes iguais; a identificação da atividade de escolher partes desse todo e representar o número de partes escolhidas não é feita, simultaneamente, com a identificação da operação de divisão de uma quantidade em partes iguais. Uma das razões para que isso não seja feito é que nessas séries, a divisão é uma operação que somente é feita com números naturais e de tal modo que os resultados sejam, ainda, números inteiros (não-quebrados!).

Ou seja, p/q é uma das formas de representação do objeto "número racional", mas estou sendo especifico ao declarar que no contexto em que estou olhando para essa representação, quando a fração está sendo compreendida estritamente como uma representação de partes tomadas de um todo, a operação de divisão é vetada.

Toda conversa acima é destinada a professores de matemática, os alunos provavelmente não a compreenderiam. Vamos tentar olhar certo exemplo que pode nos elucidar sobre formas mediante as quais os alunos olham para as frações. Talvez o exemplo nos ajude a compreender porque determinados alunos parecem quase imunes às tentativas de lhes ensinar a operar com as frações.

Considere o Bucaneiros F.C., um time de futebol que disputa dois torneios simultâneos. Apresentada a alunos de séries iniciais a situação abaixo, eles a resolverão sem qualquer dificuldade.

Situação: o Bucaneiros jogou três partidas no campeonato da cidade e ganhou uma delas. No campeonato nacional ele jogou cinco partidas e ganhou duas.

Uma forma de representar o que acabamos de afirmar é a seguinte:

Campeonato da cidade:	partidas ganhas	1	Representação: 1/3
	partidas jogadas	3	
Campeonato nacional:	partidas ganhas	2	Representação 2/5
	partidas jogadas	5	

Pergunta: como representar o total de partidas ganhas e jogadas?

Resposta dos alunos, obtida por simples adição:

Partidas ganhas	3
Partidas jogadas	8

Ou seja: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{3}{8}$

Como??

Já me deparei com professores dispostos a brigar comigo ao ver a expressão acima. Disseram-me: essa expressão não tem um "tratamento matemático adequado". Ora, lembro que estou lidando com alunos de séries iniciais, alunos que talvez possamos localizar até uma quinta série ou que tenham 10-11 anos de idade e escolaridade regular. Os professores que me ouviam falar disso ficavam estarrecidos quando eu lhes dizia que a expressão da adição acima estava correta ao traduzir exatamente aquilo que desejávamos descrever em relação ao desempenho do Bucaneiros F. C.

Confesso, deliberadamente tento provocar uma confusão conceitual: pretendi levar meus leitores a ver como "fração" algo que não é fração. Se eu escolhesse outra notação meu exemplo perderia sua eficácia: eu poderia representar a situação do Bucaneiros através de pares: (1,3) + (2,5) = (3,8). Se fizesse isso, ninguém iria estranhar, nem iriam querer brigar comigo!

É importante chamar a atenção para isso: as mesmas pessoas que, muitas vezes, estão acostumadas a dizer que a matemática provê formas de descrever coisas do mundo real, rebelam-se ante uma simples descrição não compatível com aquelas às quais estão acostumados e que ao usar da mesma representação que lhes é corriqueira, confundia seu modo de compreender uma dada situação. Estes professores reinterpretavam os símbolos em termos das frações às quais estavam habituados, diziam-me coisas como "tais frações não são equi-comparáveis". Pensava comigo: que "frações"? Eu dizia a eles: escrever tal expressão só é possível porque embora nossa escrita "pareça" uma fração, não é com frações que estamos lidando.

Campeonato da cidade: partidas ganhas 1 Representação: 1/3
Partidas jogadas 3

Tomada isoladamente, a representação 1/3 na situação acima bem pode ser compreendida como uma fração, embora fuja ao modelo de todos "contínuos" dos quais se toma uma parte. Do mesmo modo, para o campeonato nacional, os 2/5 do exemplo podem ser identificados com uma "fração": duas partes (vitórias) tomadas de um todo (jogos no campeonato nacional).

Ou seja: a minha representação não só "parece" uma fração, como para todos os efeitos até aqui... "é" uma fração!

Mas, o que acontece com a adição? No exemplo "funciona" afirmar que "um de três" mais "dois de cinco" é igual a "três de oito". Como já vimos, funcionaria também com uma representação usando pares de números. No entanto, com frações, 1/3 + 2/5 é diferente de 3/8.

Não é difícil entendermos a diferença. Se uma das "frações" representasse uma *parte* tomada de um chocolate com três *partes*, e a outra representasse duas *partes* tomadas de uma torta dividida em cinco *partes*, teríamos, no total, 3 partes tomadas em 8 partes. Só que destas oito partes reunidas na soma, três são de um tipo, enquanto que cinco são de outro tipo! (De fato: os todos não são comparáveis!)

Após muitas explicações, os professores para quem eu apresentava este exemplo aceitavam, embora com relutância, que apenas representávamos uma situação com o mesmo símbolo usado para as frações... Percebiam que esse simples exemplo lhes deslocava os referenciais com os quais fomos habituados.

Então era chegado o momento de fabricar a estaca para cravar no coração das frações... Eu lhes perguntava: agora vocês admitem a possibilidade de que embora as frações "pareçam" números, elas também podem não ser o que parecem?

Sim, o fato de haver outras coisas que "parecem e não são" não assegura que as frações também "pareçam e não sejam". Além do que, ainda que o argumento "provasse" que as frações não são números, nem tudo que não é número deve ser banido da matemática. Vamos lembrar do objetivo do autor deste artigo: trabalhar com a "suspensão da descrença". Acredito que a discussão deste exemplo predisponha a isso. Vamos seguir adiante...

Ora, o que tentei fazer, criando um exemplo artificial, foi submeter professores e pesquisadores de educação matemática a uma situação semelhante àquela das crianças que tomam contato pela primeira vez com o objeto fração. Situação "semelhante", mas não "idêntica". Essa é uma técnica simples de "estranhamento", que provoca sensações tais como aquela que se experimenta ao se fazer a tentativa de escrever o próprio nome com um lápis, mas usando a mão que não é a habitual: a letra sai torta, escreve-se com dificuldade, "como se" fosse a primeira vez. O exemplo do Bucaneiros é interessante porque coloca em ação mecanismos que as crianças utilizam quando estão "aprendendo" as frações, elas percebem as frações do modo como registramos as "vitórias" do Bucaneiros, e fazem a adição do modo como indicamos.

Para as crianças o exemplo não é tão surpreendente quanto é para os professores. Por quê? Somente quando se torna evidente para os professores que no meu exemplo não estamos lidando com "números" é que eles aceitam a simples representação da situação. Temos números e frações o tempo todo, mas o exemplo foi criado para confundir as idéias estáveis. Creio que é exatamente por isso que muitos professores – durante a discussão do exemplo – sugerem que a situação poderia ser representada através de desenhos (ou pares). Eu poderia fazer de outra forma? Acho que, na verdade, a pergunta de absoluto bom senso que eles gostariam de fazer (mas nunca me foi feita!) é a seguinte: você pode representar essa situação de uma forma que não nos confunda?

Pois bem... quando os professores das séries iniciais adotam a definição de fração como relação parte-todo, em sua maioria acham que estão lidando com "números", e esperam que as crianças procedam como se aquelas coisas fossem, de fato, "números". Vimos acima que não são números no sentido de ainda estar vetada a operação divisão: 1/3 não pode ser substituído por 0,333... do mesmo modo que "metade" ainda não é 0,5.

As frações também não são números no seguinte sentido: elas não servem para contar! Um número pode ser entendido como aquilo que dizemos em resposta à pergunta: quantos? No caso das frações, quando fazemos perguntas do tipo "quantos terços?" ou "quantos quintos?", os alunos podem responder usando somente números inteiros (sempre entender que inteiro aqui significa não-quebrado)! Este é um problema capital: na maior parte das situações apresentadas para os alunos nessa fase escolar, os problemas podem ser resolvidos por contagem das partes, independentes do todo (que, nos casos das frações devem ser repartidos em partes iguais). Dá-se o caso que, indagados sobre quantos terços, ou quintos ou décimos estão pintados em uma determinada figura de barra ou torta, as crianças simplesmente contam: um-dois-três... Usam os números naturais, e agregam ao resultado o "nome": terço, quinto, ou décimo. Ou seja: a "fração", na maioria dos casos, não é determinante nas operações que as crianças fazem para responder aos exercícios que lhes são propostos. Uma maneira de enfrentar este problema seria a de propiciar oportunidades para que as crianças experimentassem uma forma diferente da contagem para chegar aos números: a medição. Mas, nesse caso, o dilema representacional da relação parte-todo seria agravado: como estipular "partes iguais" para "todos" de "qualidades" diferentes? Por exemplo: a metade de uma barra de chocolate comparada com a metade de uma torta. Sabe-se bem que na Grécia antiga deparou-se com o problema da possibilidade de encontrar uma "parte igual" para poder contar o lado do quadrado e a sua diagonal!

Na prática escolar, consistentemente com as suas próprias hipóteses básicas de leitura, as crianças tentam operar com "a representação" que lhes foi ensinada, e o fazem do modo que, para elas parece "natural" ou que alguns de nós talvez chamássemos de "intuitiva". Mesmo pesquisadores de renome deixam de dar ênfase a este aspecto, embora dele tenham conhecimento. Por exemplo, Nunes e Bryant (1997, p. 191) dizem o seguinte:

> Uma forma comum de apresentar as crianças às frações é mostrar-lhes todos divididos em partes, alguns dos quais distinguidos do resto, por exemplo, pintados. As crianças são informadas que o número total de partes é o denominador, então, o número de partes pintadas é o numerador. Esta introdução, junto com alguma instrução sobre algumas poucas regras para calcular, permite que as crianças transmitam a impressão de que sabem muito sobre frações" (grifos no original)

Duas coisas a chamar atenção: (a) "uma forma comum", e eu repito que essa é a forma predominante nos livros didáticos brasileiros; (b) a forma de expressão "apresentar as crianças às frações", um tratamento "como se" as frações fossem seres vivos aos quais teríamos que dar as mãos e dizer: "muito prazer". [E fico encantado ao perceber o modo como algumas pessoas rejeitam a analogia inicial deste artigo com os vampiros, dizendo que as frações não são "seres" como os vampiros... Eu exagero aqui: talvez pensassem diferente se autores respeitados como os acima mencionados escrevessem "dar o pescoço das crianças a morder", ao invés de "apresentá-las às frações"! Sim, é claro que a "materialidade" dos vampiros e das frações é diferente! Como o que faço aqui é uma analogia, não tenho controle sobre o limite a que cada leitor é levado a partir dela...]

Ainda na mesma página, Nunes e Bryant dizem o que considero fundamental:

> (...) diversas partes de pesquisa demonstraram que a impressão de crianças raciocinando com sucesso sobre frações poderia ser falsa. E prosseguem: "(...) este método de introduzir frações pode, em realidade, conduzir as crianças a erro".

O método de ensino, alegam, simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – sem entender o significado deste *novo tipo de número*.

Eis o ponto crucial: eu concordo com os autores quando afirmam a dificuldade dos alunos, o engano de muitas pesquisas, o questionamento dos métodos de ensino; mas discordo de um pressuposto que permanece na base dos argumentos deles, qual seja: este *"novo tipo de número"*. Generalizo: o que os pesquisadores (não só do artigo citado, mas muitos outros, provavelmente entre os leitores dessa revista) têm em mente é a apropriação pelos alunos de um conceito de "número racional" (positivo), e parecem pensar que a representação parte-todo, como é definida a fração inicialmente, é este número!! [A idéia é reforçada pelo fato de que "mais tarde", de fato, será!] Ou seja: estas pessoas, os pesquisadores, os professores, educadores matemáticos... acreditam em frações!! Ora, se acreditassem em "vampiros" seriam denunciados, por que é que se aceita e se presta atenção ao que dizem quando falam de “frações”? Quando falam que a criança é “conduzida a erro” aparentemente assumem que o erro é de compreensão do “número racional”. Do ponto de vista que estou defendendo aqui esse erro não existe, pois a “fração” ensinada às crianças não era “esse” número, e sequer era um número... tratava-se “apenas” de uma maneira de representar “partes” escolhidas em um todo que foi dividido em partes iguais! A fração era “um modo de escrever”, que poderia ser substituído – com vantagem! – por representações as mais diversas: (1,3); 1 de 3; 1@3, 1#3 ou qualquer outra forma que evitasse aquela confusão da qual tanto reclamaram os professores no exemplo dos Bucaneiros!

Penso ter mostrado que não é tão simples a transposição da idéia de fração tal como ela é vista na escola, definida como forma de representar a relação parte-todo, num contexto que exclui a operação de divisão e a representação decimal, num contexto em que o número aparece associado à contagem e nomeação de partes, mas raramente associado às medidas... Neste contexto, as frações dificilmente poderiam ser compreendidas como “números racionais”, sequer como números, visto que não “enumeram” no mesmo sentido que os números naturais que são ensinados às crianças nessa mesma época.

Ainda do meu ponto de vista, a “falha” de entendimento decorre do desenvolvimento de “Campos Semânticos” distintos que permanecem estanques. Essa “impossibilidade” de comunicação fica em destaque no importante exemplo que é desenvolvido para a compreensão da equivalência de frações, e que os pesquisadores chamam de “compreensão das equivalências em cortes sucessivos”:

> Crianças ligeiramente mais velhas [do que 7-8 anos] já tiveram sucesso em julgar a equivalência de duas metades que pareciam diferentes e de duas metades divididas em um número diferente de partes. Elas justificaram seus julgamentos da igualdade das duas metades de aparência diferente através de referência ao todo. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 209)
>
> [...]os resultados que revisamos até o momento são bastante consistentes em termos de via desenvolvimental que eles indicam para a compreensão de números racionais. Os números racionais parecem ser entendidos como o resultado de divisões sucessivas compostas de quantidades contínuas. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 211)

Ora, o que se poderia esperar? Dá-se às crianças realizar tarefas com frações (no sentido escolar, que deve ter ficado bem explicitado antes) e daí se conclui que há um certo entendimento dos "números racionais". Eu contesto: como as crianças poderiam ter uma idéia do que sejam os números racionais a partir das tarefas que lhes são propostas e que utilizam uma idéia de fração que não caracteriza número?! Na verdade penso que isso seja praticamente impossível se for mantido – como de fato é na maioria das escolas – o veto à divisão que possibilitaria representar ¼ como 0,25.

Os autores têm consciência de que há algo estranho ocorrendo aí, ainda na mesma página afirmam:

> Pintamos um quadro um tanto otimista da compreensão dos alunos de números racionais à luz das pesquisas revisadas nas duas seções anteriores. No entanto, isso contrasta fortemente com o que escrevemos no início do capítulo, quando apontamos fragilidades no conhecimento de equivalência e uso de linguagem fracional de crianças de 12 anos. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 211)

A percepção do problema é clara:

> E como deveria a instrução proceder de modo que a aprendizagem dos alunos de representações simbólicas de números racionais fosse conectada desde o início a sua compreensão das situações? (NUNES e BRYANT, 1997, p. 213)

Saliento: é perceptível que as crianças não entendem "número racional". Apesar disso, não se questiona se é possível a conexão entre aquilo que é ensinado a elas - com a linguagem e representações que são ensinadas -, e aquilo que "a comunidade" (matemáticos, professores, educadores em geral) entende por "número racional". Daí, dentre as "soluções" apresentadas, todas parecem buscar um "mecanismo de passagem" entre a notação fracionária e a forma m/n entendida como divisão; essa passagem parece "simples" tendo-se em conta que a fração ½ e o número ½ = 0,5 já estão "dados" com a mesma representação e as atividades parecem "associar" isso claramente. Tal mecanismo não é encontrado. Defendo que ele não existe, pois a fração (relação parte-todo) – como penso ter mostrado anteriormente – é apenas uma forma de representação, não um número (e muito menos número racional). Como os diversos pesquisadores não encontram esse mecanismo de passagem, passam a sugerir "artifícios", "tarefas" que parecem conduzir de uma coisa a outra... Nesse momento, seria bom que o autor mostrasse quais são estes artifícios, e porque só "parecem", mas não fazem realmente essa transposição: isso fica como um desafio para os leitores, não como uma tarefa ou mero exercício, e sim como o desafio de tentar "estranhar" a forma habitual de pensar a respeito deste tema.

Nossos autores, Nunes e Bryant, têm clara a dificuldade, eles nos dizem, nas conclusões do seu artigo (p. 216-217):

> No presente, uma explicação plausível [...] poderia originar-se do modo como a linguagem fracional é introduzida: como um procedimento de simples contagem dupla em situações estáticas de parte-todo. Quando os alunos são levados a resolver problemas usando seu conhecimento cotidiano e representações simbólicas, eles podem fazer as conexões adequadas espontaneamente ao longo de um período de tempo de intrução relativamente breve, e podem usar seu conhecimento cotidiano para resolver problemas mais complexos. As abordagens atuais quanto ao estabelecimento de uma conexão entre conhecimento cotidiano e o conhecimento escolar da exploração das frações indicam um ponto de partida diferente para a instrução: em vez de aprender linguagem fracional em conexão com representações estáticas parte-todo, os alunos deveriam ser engajados na resolução de problemas de divisão com quantidades contínuas, nas quais ambas as variáveis são explicitamente representadas, a quantidade a ser distribuída e o número de receptores. (NUNES e BRYANT, 1997)

Sim, eles sugerem, disfarçadamente, que não se trate mais de frações com as crianças, pelo menos no sentido que implica em dupla contagem de figuras divididas. Além disso, ao indicar o modo como acham que estas crianças deveriam aprender os números racionais, colocam ênfase em "problemas de divisão", de uma maneira tal que seja imposto pensar nas *duas* variáveis... Ou seja: tanto a "parte de baixo", quanto a "parte de cima" na representação fracionária seriam "números", ao invés do que ocorre com a representação parte-todo, em que a "parte de baixo" apenas indica "um nome".

Como mencionei antes, a literatura sobre o assunto "frações" é bem variada, e toda ela parece indicar a dificuldade dos alunos com a aprendizagem. Por exemplo: essa dificuldade é atestada de diversas formas, seja ao se propor a tarefa de compor dois números fracionários cuja adição resultasse na unidade (BEHR; WACHSMUTH; POST, 1985) [percebendo que os alunos bem sucedidos são aqueles que conseguem associar número racional com frações, enquanto que os mal sucedidos são os que têm dificuldades para ordenar frações ou compreender a noção de equivalência entre frações, o que eu reputo se deva à insistência no tratamento das frações como uma relação entre parte e todo, que torna possível que elas sejam abordadas algoritmicamente, mesmo não se constituindo como "números"], seja ao tentar relacionar as frações com razões (JOHNSON, 1948) [Aliás, tomo este estudo exatamente para mostrar como a preocupação não é recente. Segundo o autor, 93% do grupo de alunos testados, não especificado em termos de quantidade, falha em dar resposta à questão: que parte de 36 é o 27?]

A fração, como é apresentada aos alunos no contexto que tenho aqui tomado como referência, é apenas uma "notação", uma maneira de escrever e representar a relação "parte-todo". Do mesmo modo como também é uma representação nosso jeito de indicar a relação entre número de vitórias e total de partidas jogadas no exemplo do Bucaneiros. Ambos os casos estão muito distantes de se configurarem como aquele objeto numérico a que se dá o nome de "número racional"!!! A rigor, qualquer fração, definida daquele modo, poderia ser escrita por extenso de modo a destacar a parte numérica: 1 meio, 3 quartos , 9 quintos, etc... Deste modo, as "operações" com estas frações poderiam ser feitas como operações de câmbio (de dinheiro): 1 dólar + 1 real = ??? Busca-se uma "unidade comum", e transforma-se as quantidades numéricas segundo as regras de equivalência entre os "nomes" diferentes: aliás, vem daí que há um "numerador" (que é um número), e um "denominador" (que é algo que dá o nome). Uma das confusões presentes na notação é que o "nome" é indicado através de um numeral, que é o símbolo de um número. Desse modo, algo tão simples como 3/3 pode se tornar incompreensível na medida em que o primeiro '3' representa um número, ao passo que o segundo

‘3’ indica o nome: ‘terço’.

A reincidência em “confundir” ou “ignorar” faz com que tenhamos adultos que operam perfeitamente com os números naturais ou decimais, mas que continuem a falhar em tarefas como somar 1/3 + 1/4 ou colocar em ordem um certo conjunto de frações: 1/3, 1/4, 1/5 ... Eles persistirão fazendo adição de “3” com “4”, vendo-os como números, ao invés de tentar obter uma equivalências entre “terços” e “quartos” que permita juntar coisas que não estão sendo medidas com a mesma unidade de medida. Do mesmo modo, 1/5 permanecerá sendo maior que 1/3, na medida em que 5 é maior que 3! Como o conhecimento de que 5 é maior que 3 é bastante estável, o uso dos mesmos numerais na representação da fração estabelece uma dificuldade que tem o mesmo grau de estabilidade... Na prática escolar as frações são vistas (ensinadas e treinadas) como “partes físicas de todos físicos”, ainda assim não é comum distinguir fisicamente o “discreto” (as azeitonas na pizza) e o “contínuo” (a pizza)... o que vai me levar a reiterar o que disse antes: a fração parte-todo veda o direito à divisão, e a insistência na “contagem” das partes obscurece a importância do problema da medida: achar uma unidade comum para atribuir um número a coisas diferentes.

Cito, um tanto ao acaso, algumas referências que mostram a reincidente dificuldade dos alunos, a preocupação dos professores com suas dificuldades, as tentativas de introduzir técnicas diferentes de ensino: Peck e Jencks (1981), Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson e Peled (1989) (um “time” de pesquisadores para enfrentar o adversário “frações”). As citações poderiam prosseguir indefinidamente: buscando-se em cada um destes artigos as referências, e dentro destas novas referências... Entretanto, vou indicar mais dois trabalhos que podem nos dar uma melhor idéia da dimensão da crença nas frações e suas conseqüências: Llinares e Sánchez (2000) escrevem um livro que considero primoroso para a coleção “Cultura y aprendizaje” do Editorial Sintesis: Fracciones. Ali desenvolvem extensamente uma diversidade de abordagens possíveis, fazem críticas e propõem alternativas... mas não comentam a possibilidade da representação m/n no caso parte-todo não ser um número. A possibilidade da divisão é suposta o tempo todo! Isso se deve, provavelmente, ao fundamento comum a todas estas abordagens: de um lado uma perspectiva numérica cristalizada (os racionais são números e estamos habituados à representação fracionária destes números, então a representação fracionária indica sempre um número! Mais uma vez: lembrem-se do exemplo do Bucaneiros e do que ele fez com nossas certezas quanto ao que eram as frações); de outro lado o referencial "cognitivo", quase sempre piagetiano (que, por suposto, adota em todas as suas análises a perspectiva numérica mencionada anteriormente) - ou seja: partindo do ponto de "chegada" que são os "números racionais", esperam traçar um caminho desde tudo o que "vem antes" (sendo que aquilo que vem antes são "fração parte-todo") até os números racionais... e daí, os problemas são analisados sob o ponto de vista da busca de uma transição, uma "chave", uma transformação de uma coisa para a outra: poderíamos dizer disso que é um ciclo vicioso?

Disse que mencionaria dois textos, o segundo é uma dissertação de mestrado, Jess (2004), que arrola todas as referências históricas feitas às frações e passíveis de serem encontradas com alguma facilidade por professores e autores de livros didáticos brasileiros. Ou seja: todos os livros de história da matemática facilmente encontráveis no Brasil, algumas "figurinhas carimbadas" em outros idiomas; e a observação de que é muito restrito o número de referências às frações, que tais referências são repetitivas e centradas numa forma de concebê-las como relação parte-todo. Ou seja, não foi constatada a existência, nos livros de História da Matemática consultados, de elementos que nos permitissem perceber uma "passagem" entre a representação de partes de todos, e aquilo que concebemos como números racionais. Daí torno a reiterar a tese deste artigo: tal "passagem" não existe, uma vez que no primeiro caso a representação não se refere a "número" no mesmo sentido que no segundo. O fato é que as frações existiram para povos variados e em diversas épocas, mas elas não estavam associadas a algo próximo àquilo que chamamos hoje de números racionais... Há contextos diferentes para as representações parte-todo envolvendo as contagens discretas (por exemplo um número x de ovelhas prenhas em um rebanho com y ovelhas) e para a busca por padrões de medida que expressassem quantidades inteiras de vezes que estes contariam algumas coisas (por exemplo: pessoas diferentes medem a mesa em palmos, e os valores obtidos são diferentes. Daí vem o problema de obter um tipo de palmo que coubesse um número inteiro de vezes na mesma mesa...)

Algumas réstias de sol ainda são visíveis. Anoitece, aproxima-se, inexorável, a hora do vampiro, a hora da fração. Não sei se conseguiremos cravar uma estaca no coração de tão temíveis adversários.

Os vampiros, antes temidas figuras das trevas, foram transformados em personagens secundários ou heróis e suas histórias passaram a ser contadas em formas cômicas e de modo a provocar até simpatia em leitores ou em uma platéia no cinema. Houve uma "desconstrução" do aspecto maligno do vampirismo... Espero que – de modo análogo haja uma "desconstrução" – os professores possam perceber que as frações parte-todo não são necessárias para que possamos chegar aos números racionais. Elas não são necessárias também como pré-requisito para o ensino das probabilidades, das razões ou proporções. Seria interessante que uma nova geração de professores de matemática pudesse provocar e observar essa mutação em um conteúdo da matemática escolar: retirassem as frações como um dos temas principais do currículo; retirassem das frações o privilégio de nomear capítulos em livros didáticos e o mérito de terem toda uma seção nos livros didáticos, um número especial do Bolema, e tantos e tantos artigos em periódicos importantes e volumes de pesquisas e monografias dedicados a elas... Bem provavelmente, as atenções se voltariam para a formação do conceito de número racional, um grande tema para um número especial do Bolema nos próximos anos!

Os vampiros são imortais. Nos filmes, mesmo quando eles acabam mortos de acordo com todos os preceitos (com a estaca cravada no peito, ou expostos à luz solar), ainda assim há um ritual e uma conjuração que lhes proporciona um eterno retorno. Criações humanas são, nesse sentido, absolutamente imortais. As frações são criações humanas, imortais "por natureza", a sua retirada dos currículos escolares não corresponderia a um verdadeiro extermínio, elas seriam para sempre conjuradas e constituiriam um séqüito de adoradores... entretanto, nas escolas, a vida continuaria normalmente, como se elas jamais tivessem existido. Aliás, foi assim quando em muitos lugares a geometria quase foi banida da matemática escolar... alguns professores reclamaram, houve resistência... mas a escola prosseguiu sua vida normal.

A grande diferença, ao fim deste artigo posso dizê-lo, é que dos vampiros não há obrigatoriedade de conhecimento nem possíveis avaliações, enquanto que do modo como as coisas estão, das frações exige-se que se saiba, e a prática dos professores com elas (uma crença?) continua a ser um obstáculo para muitos dentre aqueles que desejam ter acesso a mais do conhecimento elaborado pela humanidade. Talvez seja uma das raízes para uma generalizada indisposição de tantas pessoas para com o conhecimento matemático. Seja como for, creio que vale à pena refletir sobre a necessidade de mantermos as frações em nossos livros e escolas... Eu gostaria de poder refletir a partir dos efeitos da sua retirada dos programas, acho que dessa forma estaríamos provocando alguma transformação, rumo a uma direção cujas rotas ainda não foram exploradas.

Referências

BEHR, M. J., WACHSMUTH, I., POST, T. R. Construct a sum: a measure of children's understanding of fraction size. **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 16, No. 2, 120-131. 1985.

JESS, L. C. **Frações em um livro didático na 5ª e 6ª séries:** uma aproximação através da história da matemática. Dissertação (Mestrado em Educação). UFPR. 2004.

JOHNSON, J. T. Are Ratios Fractions? **The Elementary School Journal**, vol. 48, no. 7, p. 374-378. 1948.

LLINARES, S., SÁNCHEZ, V. Fracciones. Madrid: Síntesis. 2000.

NUNES, T., BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PECK, D. M., JENCKS, S. M. Conceptual Issues in the Teaching and Learning of Fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 12, no. 5, p. 339-348. 1981.

RESNICK, L. B., NESHER, P., LEONARD, F., MAGONE, M., OMANSON, S., PELED, I. Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 20, no. 1, p. 8-27. 1989.

Aprovado em agosto de 2008
Submetido em agosto de 2007

GEPEM

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Instituto de Educação da UFRuralRJ – Sala 30
Rod. BR 465, Km 7 - CEP: 23890-000 - Seropédica, RJ
Tel./fax.(21) 2682-1841
http://www.gepem.ufrrj.br
gepem@ufrrj.br

O GEPEM tem a finalidade de ser um grupo de investigação e inovação para manter atualizados os educadores e criar condições necessárias para o desenvolvimento da Educação Matemática. Atualmente é presidido pelo Prof. Marcelo Almeida Bairral (Instituto de Educação da UFRuralRJ). As diferentes contribuições dos associados e colaboradores fazem com que nos seus 30 anos de existência o GEPEM organize e divulgue, semestralmente, a sua principal publicação (o Boletim do GEPEM, ISSN 0104-9739) e mantenha contato constante com seus membros através dos Informativos Trimestrais.

Mantendo a anuidade (sócio nacional individual: R$ 30,00; nacional institucional R$ 60,00; internacional individual: R$ 40,00; internacional institucional: R$ 70,00) atualizada cada associado terá direito a 2 Boletins (Revista) e Informativos Trimestrais (divulgação de eventos, livros, desafios, etc.), além de descontos em nossas publicações e eventos. Conheça e compre nossas publicações! Preços e condições especiais para sócios. Visite nossa página na Internet! O GEPEM também estabelece permuta com periódicos de educação matemática e áreas afins.

Boletim Gepem 52 (jan./jun.2008)
Dificultades en el aprendizaje matemático asociadas al aula multicultural / Núria Planas e Mequè Edo; **Educação matemática crítica: discutindo sobre suas perspectivas e contribuições para o ensino-aprendizagem da matemática** / Nilcéia Aparecida M. Pinheiro; **A Matemática na Escola dos Sem-Terra: uma abordagem Etnomatemática** / Adriana Richit e Mauri Luís Tomkelski / **Trabalho Colaborativo Mediado pelas Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação do Professor de Matemática: Indícios de Mudança da Cultura Docente /** Gilvan Luiz M. Costa; **Relato de uma implementação de uma disciplina de Cálculo na Arquitetura** / Gilda de La Rocque Palis. **Resenha de Matemáticas y exclusión** (Giménez, Díez-Palomar e Civil, 2007) por Lourdes Rué Rosell.