



# O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno

## Error and the mathematics teaching-learning from the perspective of the development of the students' autonomy

Ademir José Rosso<sup>1</sup>

Nívia Martins Berti<sup>2</sup>

### Resumo

O artigo apresenta uma investigação realizada em 2006, em uma escola estadual paranaense, sobre os erros dos alunos da 5ª série no ensino-aprendizagem de matemática. A perspectiva teórica é piagetiana e sublinha as potencialidades do erro no ensino de Matemática, associado ao desenvolvimento intelectual e moral. Em situações didático-pedagógicas, analisaram-se os erros dos alunos e as estratégias docentes frente aos processos operativos e cooperativos da inteligência e da autonomia intelectual e moral. O registro de informações contempla a observação, descrição e análise de passagens de aulas em que se discutiam os erros cometidos em teste feito para levantar as principais dificuldades das operações elementares e do sistema de numeração decimal. A investigação conclui que a complexidade e a provisoriade do pensar e do conhecer se expressam na diversidade de respostas e estratégias presentes nos erros dos alunos e que a socialização dos erros promove a co-operação, a descentração e a autonomia do pensamento.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática. Erro. Construção do conhecimento. Autonomia.

<sup>1</sup> Licenciado em Ciências e Biologia. Doutor em Educação pela Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. Professor da Licenciatura em Biologia e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa - UEPG. Endereço para correspondência: Rua Henrique Thielen, 61; JARDIM CARVALHO; 84.015-650 – Ponta Grossa - PR. E-mail: ajrosso@uepg.br

<sup>2</sup> Licenciada em Matemática. Mestre em Educação pela UEPG. Professora Estadual no Paraná. Endereço para correspondência: Rua Barão do Rio Branco, 1825, ap. 101; Centro; CEP: 85.900-005 – Toledo – PR; E-mail: niviaberti@seed.pr.gov.br

## Abstract

This article presents an investigation carried out in 2006 with 5th grade students in a school in Paraná State, Brazil, in relation to their mistakes in Mathematics. The theoretical framework is based on Piagetian theory and underlines the potential of errors in the teaching of Mathematics associated with intellectual and moral development. In didactic-pedagogic situations, students' mistakes and the educational strategies applied were analyzed with respect to operative and cooperative processes of intelligence and of intellectual and moral autonomy. The data collection involved observation, description and analysis of classroom situations in which the errors made by students in an assessment carried out to identify the main difficulties with elementary operations and the system of decimal numbering were discussed. The main findings are the following: the complexity and the temporariness of thinking and of knowing can be observed in the diversity of answers and strategies present in the students' errors; the socialization of the errors promotes the co-operation, decentralization and autonomy of thinking.

**Keywords:** Errors. Construction of the knowledge. Autonomy. Mathematics teaching.

## Introdução

*O respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros*  
(FREIRE, 1996, p.17).

A expectativa da escola é que o aluno acerte. O acerto equivale ao aprendizado e ao sucesso; o erro corresponde a problema e fracasso. Importante é acertar, ter sucesso na escola, independente de haver compreensão dos conceitos envolvidos ou aplicação no cotidiano (CARRAHER *et al*, 1995). Menos comuns que as ligações de causa-efeito entre acerto-sucesso e erro-fracasso, são as relações do erro com o conhecimento, aprendizagem, verdade, esperança (CARVALHO, 1997), cooperação (LA TAILLE, 1997), autonomia (KAMII; GEORGIA, 1986, DELVAL, 1998) e criatividade (COLOM, 2004).

A construção do conhecimento e a lógica do aluno, como processos complexos e provisórios, colocam o erro na dependência do contexto histórico-social e da organização intelectual do aluno (PIAGET; GARCIA,

1987, MACEDO, 1994, DELVAL, 1998, GARCIA, 2002, LERNER, 2005). Somente será tido como problema e fracasso se o conhecimento for considerado simples e definitivo e se a lógica do aluno espelhar a lógica do adulto. O erro como expressão da historicidade do conhecimento e da lógica do aluno, potencializa outras questões: o *que* e o *como* pensou o aluno no momento e situação propostos, as operações que sustentam seu raciocínio, as representações, práticas cotidianas, entre outras. Sua análise possibilita uma sondagem para o planejamento do ensino, a aproximação das dúvidas que o aluno possa ter, a compreensão do seu funcionamento intelectual e a reestruturação dos seus procedimentos.

Tomar consciência, refazer e corrigir o próprio pensamento são ações que expressam a autonomia discente. Mas a autonomia desenvolve-se a partir da interação do sujeito com suas estruturas internas, com outros sujeitos e os objetos de conhecimento e não, apenas, de orientações, apelos e lições dos docentes. As ações educativas que a promovem estão associadas às bases da construção do conhecimento e do desenvolvimento cognitivo. A primeira delas, a operação, diz respeito aos processos individuais dos pensamentos dos alunos; e a segunda, a co-operação, aos processos interativos dos alunos com os seus colegas e o professor. Isso mostra o sentido da complementaridade existente entre a autonomia intelectual – o pensar e o conhecer–, e a moral, no poder decidir bem por si (LA TAILLE, 1997, LA TAILLE *et al*, 2004). Os Parâmetros e Referências Curriculares Nacionais também a mencionam (BRASIL, 1998a, 1998b, 1998c), mas será mais uma das abstrações do ideário pedagógico se não receber, na mesma proporção, o cuidado e o entendimento nas ações educativas (LA TAILLE *et al*, 2004).

Considerando a abordagem piagetiana sobre a construção do conhecimento lógico-matemático e da autonomia, o artigo apresenta resultados de pesquisa sobre os erros cometidos por alunos de 5ª série quanto às operações elementares e o sistema de numeração decimal. A partir de uma sala de aula, buscou-se investigar como a análise e a discussão dos erros, sob o ponto de vista da construção do conhecimento e das operações lógico-matemáticas dos alunos, contribuem para o desenvolvimento da autonomia e de aprendizagem Matemática.

A investigação ocorreu numa 5ª série por ser a primeira série da segunda etapa da escolarização, onde além dos conhecimentos trazidos do cotidiano, os alunos já têm quatro anos de aprendizagem escolar. É a idade em que os alunos chegam ao final do estágio das operações concretas com o fortalecimento das relações de cooperação e descentração do pensamento (PIAGET, 1973). A partir dessa série iniciam-se, também, maiores cobranças relacionadas a atitudes autônomas dos alunos.

## O erro na perspectiva piagetiana

O encontro de Piaget com padrões repetitivos de erros, quando trabalhava na padronização de testes de inteligência no laboratório Alfred Binet, aguçou o seu interesse pelo *como* e o *porquê* das respostas *falsas*. Isso o influenciou no rumo de suas investigações através do aprofundamento dos *atos falhos*, buscando a compreensão de um modo de pensar comum a todas as crianças. A atenção para as respostas erradas, mais do que para as respostas corretas, embasou estudos sobre as formas e a evolução do pensamento das crianças (KESSLERLING, 1993, p. 28-29).

O erro envolve, a priori, três enfoques: a) enfoque epistemológico, pois o erro pressupõe concepções sobre a adaptação do conhecimento à realidade e a sua constituição; b) enfoque psicológico, uma vez que se refere ao significado das ações envolvidas, à interpretação das correções e a valorização dada ao erro e ao conhecimento matemático pelos alunos; c) enfoque pedagógico, relacionado a atitudes assumidas pelo docente diante do erro e das estratégias usadas para superá-los (CASÁVOLA *et al*, 1988). O enfoque pedagógico se dá juntamente com o epistemológico e psicológico.

A discussão do erro na perspectiva epistemológica considera como o conhecimento construído pelo sujeito consegue atingir o real e como os sujeitos se relacionam com o real na constituição de um objeto de conhecimento. São duas fontes de erros inerentes ao processo: tanto a abstração empírica quanto a reflexionante são seletivas e retiram “características, nunca ‘todas’ as características” do real; “a reflexão organiza essas informações no quadro dos esquemas ou estruturas já existentes” que são sempre insuficientes para

assimilar “todo o real”. Essas fontes de erros condicionam o ser humano a “conhecer a infinita diversidade do real, incluindo ele próprio” (BECKER, 2003, p. 62-63). Isso coloca o erro como resultante de “uma contingência histórica radical. Não há processo de conhecimento sem erro” (PIAGET, 1995).

Essa perspectiva mostra-se solidária com o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e não se dá, isoladamente, pela imersão dos indivíduos na diversidade de objetos matemáticos, de procedimentos e algoritmos, nem na organização dos elementos do meio educacional. Necessita contemplar e compreender, nessa diversidade, a estruturação e o funcionamento do sujeito que aprende. A atividade do sujeito é fundamental para a organização de procedimentos pedagógicos produtivos, a significação dos problemas e a compreensão do objeto matemático. Por isso, não são os elementos do meio, nem as respostas dadas, mas o indivíduo que opera e transforma relações no contexto é que promove a sua incorporação ativa. Conhecer um objeto implica conferir-lhe significado e incorporá-lo aos esquemas de ação do sujeito.

A preocupação de evitar o erro e levar o aluno a dar somente respostas corretas torna-se exagerada, “pois o fracasso torna-se eventualmente necessário para que o sujeito tome consciência da inconsistência de seus esquemas e da conseqüente necessidade [...] de reconstruir os já existentes” (BECKER, 1997, p. 87). Essa preocupação exagerada considera o erro no seu aspecto puramente negativo. Opor-se de antemão aos erros é acreditar que a aprendizagem se dá por acumulação de conhecimentos e sem a atividade dos sujeitos.

A perspectiva psicológica do erro centra-se nos aspectos estruturais e funcionais da inteligência. A organização do pensamento se expressa nas estruturas e esquemas, e o seu funcionamento no dinamismo e energética. Assim os níveis e organização dos esquemas dizem respeito às suas estruturas; já o dinamismo está associado à operação, cooperação, assimilação/acomodação, abstração e a energética está nos aspectos emocionais. Os aspectos afetivos e emocionais, embora distintos dos aspectos cognitivos, são inseparáveis (PIAGET, 1983, GÓMES CHACÓN, 2003) e exercem

influência um sobre o outro (GUSMÃO; EMERIQUE, 2000).

Valendo-se da classificação dos níveis estruturais de Piaget, Macedo (1994) destaca três níveis de erro. No primeiro, a criança não resolve e nem compreende o erro, por isso as respostas contraditórias são negadas e recalçadas; não lhe causa problema responder errado. No nível intermediário são comuns a ambivalência e a dúvida; nesta situação, a interferência adulta ou de colega possibilita à criança avanço e a percepção do conflito em suas respostas. No terceiro nível, apresenta-se uma resposta satisfatória para o problema, conseguindo o aprendiz antecipar-se e corrigir. Neste caso, consegue-se sucesso com relativa autonomia frente às situações. Esses níveis possibilitam a compreensão das respostas em função da estruturação cognitiva do sujeito, favorecendo o trabalho dos erros dentro da história dos aprendizes. Por isso o erro, na perspectiva infantil, difere da concepção que tem a perspectiva adulta. Para a criança não está em jogo somente o certo ou errado, mas também a possibilidade de sua compreensão.

No primeiro nível são erros derivados da limitação das estruturas necessárias à solução da tarefa, ficando a criança impossibilitada de compreender o que lhe é solicitado; no segundo são erros construtivos, porque sinalizam a formação de novas estruturas; no terceiro são erros de procedimento, cometidos no emprego ou aprimoramento de conhecimentos já construídos e que podem acontecer por distração ou falta de habilidade (DAVIS; ESPOSITO, 1990). No primeiro e segundo níveis as dificuldades são operativas, exigindo procedimentos didático-pedagógicos mobilizadores dos processos operativos e cooperativos. Já no terceiro nível são obstáculos epistemológicos por se apoiarem em conhecimentos anteriores, devendo a ação docente promover conflitos que ponham em xeque a pertinência dessas informações (BRANDT, 2002, BRANDT *et al*, 2004).

Mais produtivo do que trabalhar para a simples correção dos erros é distingui-los e identificar as suas origens. A correção isolada condena todo e qualquer erro e nega a inteligência como “uma organização e seu desenvolvimento uma constante reorganização”. Imaginar que a criança “nada pensa, [...] nada sabe, não somente a humilha como a leva a confundir aquilo que, por conta própria, elaborou com o que lhe é ensinado” (LA TAILLE,

1997, p. 31). Trata-se de priorizar na prática pedagógica a análise do erro, considerando o pensamento infantil como construção progressiva, não somente a correção da resposta dada.

Do acerto a qualquer custo presente na orientação das atividades de ensino e dos exercícios dos livros organizados para fazer os alunos “acertarem”, busca-se o pensamento e a interação produtiva com o estudado. Isso possibilita aos alunos se aventurarem em direção ao desconhecido, ao novo, pensando e operando sobre o problema e não simplesmente dando as respostas esperadas ao que lhes foi “ensinado”, superando o entendimento de que as questões do professor se referem ao que deveriam estar “sabendo” (ROSSO, 1993, 1996). Mais do que escrever respostas corretas importa a atividade mental, o processo ativo e autônomo do raciocínio (KAMII; GEORGIA, 1986). Agir sobre o erro a partir de uma perspectiva essencialmente “corretiva” é sobrepor um pensamento a outro, desconsiderando a sua própria elaboração e evolução (PINTO, 2000, p. 63).

Pesquisas como as de Santos e Santos (1996) e de Pinto (2000), destacam a complexidade do trabalho docente para pensar no erro e nas estratégias de pensamento como um objeto de observação. Para isso é igualmente importante a ação do aluno para que o erro seja observado e considerado por ele a fim de que tenha condições de analisá-lo e de superá-lo, mediante processos operativos e cooperativos. Um erro ignorado e não compreendido pode passar como verdade para o aluno, impedindo progressos no seu modo de pensar e criar obstáculos (BACHELARD, 1996, FAVRE, 1995, BRANDT, 2002).

Dessa forma, quando o objetivo é resolver uma situação-problema, as estratégias erradas assumem um papel importante no processo cognitivo e no ensino-aprendizagem, mostrando que não basta saber por onde ir, mas também o que evitar. Esse olhar para o erro do aluno orienta as práticas didático-metodológicas e, nessa relação, o professor amplia sua competência para ensinar. É sobre a operatividade, o desenvolvimento de atitudes autônomas e a importância da cooperação e socialização do pensamento no ensino-aprendizagem que se refletirá a seguir.

## **Operação, co-operação e autonomia**

A operação supõe uma descentração fundamental que consiste “em ajustar as ações umas às outras, até poder compô-las em sistemas gerais aplicáveis a todas as transformações, os quais permitem unir operações de um indivíduo às dos outros” (PIAGET, 1973, p.105). Tomar consciência de uma operação é, efetivamente, fazê-la passar do plano da ação para a linguagem, reinventá-la na imaginação, para poder exprimi-la em palavras (PIAGET, 1967, p. 199). A isso o autor chama de “introspecção”, processo em que não somente se toma consciência das relações tecidas pelo pensamento, mas do próprio trabalho desse pensamento, que jamais teria chegado a tomar consciência de si mesmo, não fora o embate com o pensamento dos outros e o esforço de reflexão que esse embate provoca. “A introspecção é na verdade uma variedade de tomada de consciência, ou mais exatamente, uma tomada de consciência de segundo grau” (PIAGET, 1967, p. 140).

As operações representam o movimento feito pelo pensamento através das ações do sujeito, segundo uma lógica própria. Ações funcionais, interiorizadas, como, por exemplo, reunir, associar, dissociar e ordenar “reversíveis pelas coordenações que delas podem ser abstraídas” (PIAGET 1967, p.11). A operatividade firma-se “somente quando o pensamento da criança torna-se reversível” (PIAGET, 1978, p.16), ou seja, quando ela é capaz de admitir a possibilidade de efetuar a operação contrária, ou voltar ao início da operação, compreendendo o objeto em sua totalidade. A organização das ações mentais em pensamento operatório pode ser descrita em termos de grupamentos matemáticos e agrupamentos lógicos e mais tarde, quando atinge o estágio formal, em termos de agrupamentos de relações, ou seja, de relações de segunda ordem ou relações de relações (PIAGET, 1978). Essas ações ao serem mobilizadas no conhecer, manifestam atividade da inteligência que, mais do que armazenar, transforma e modifica os dados. A operação é transformadora, pois incorpora e modifica os significados, tornando-os mais abrangentes e profundos (ROSSO, 1998).

As operações organizam-se em dois níveis sucessivos: o primeiro é o denominado “período das operações concretas” ou “pensamento operatório



concreto”, que vai dos 7 aos 11 anos aproximadamente. Nesse nível, a criança já é capaz de abstrair dados da realidade, mas ainda é dependente das ações sobre objetos. As principais operações são as que permitem ao sujeito classificar ou seriar objetos, bem como incluí-los numa classe ou série e conservar uma dimensão deles perante alterações em outras dimensões. O segundo nível é denominado de “período das operações formais” e abrange dos 11 aos 15 anos aproximadamente. Nele, a representação permite a total abstração, pois o sujeito não é mais dependente da ação sobre objetos. É quando as estruturas cognitivas alcançam seu nível mais elevado de desenvolvimento e o pensamento torna-se hipotético-dedutivo, favorecendo diferentes possibilidades e relações lógicas para o mesmo objeto ou conjunto de objetos. Nesse período o sujeito pode realizar as relações possíveis, de modo a prever as situações necessárias para provar uma hipótese independente das ações sobre objetos.

A partir das operações concretas os progressos cooperativos da criança se mostram mais presentes, ocorrendo um nítido progresso de socialização, de colaboração com seus pares, de troca e coordenação de pontos de vista, de debate e apresentação coerentemente de suas idéias. A “cooperação na ação e no pensamento ocorre junto a um agrupamento sistemático e reversível das relações e operações” (PIAGET, 1973, p. 99). É o momento em que o aluno se “liberta de seu egocentrismo espontâneo em benefício da reciprocidade dos pontos de vista, fator de estabelecimento de relações e de reversibilidade” (PIAGET, 1967, p.13). É quando, também, observa-se a interação entre os alunos, com o aumento das possibilidades de discussão e argumentação e também a compreensão dos processos de raciocínio envolvidos. Entretanto, mesmo promovendo um ambiente cooperativo em sala de aula, o conhecer não prescinde da operação como processo individual. O aluno aprende com a bagagem presente em seus “esquemas de pensamento”. A cooperação é co-operação no sentido de cooperar na ação, coordenando pontos de vista diferentes pelas ações de correspondência, reciprocidade ou complementaridade em regras autônomas de condutas fundamentadas no respeito mútuo (PIAGET, 1973). Isso contribui para a solidez do saber, revelando-se mais ativa que o trabalho puramente

individual (PIAGET, 1998).

A interação e a confrontação de pontos de vista com os colegas aumentam a capacidade de raciocínio lógico-matemático, pois a sua natureza é tal que “as crianças chegarão a respostas corretas, se discutirem o suficiente entre elas” (KAMII; GEORGIA 1986, p. 64). A cooperação entre os alunos e a socialização das respostas leva em conta fatores ligados a autonomia, tais como: a exposição de seu modo de pensar, a troca de idéias entre os colegas, o uso de estratégias, o diálogo com o professor. A autonomia do aluno é favorecida quando o seu erro pode ser corrigido em co-operação com os colegas e o professor, e não pela simples sobreposição da certeza ou correção do professor.

Ao aprenderem com exercícios e exposição, as crianças podem chegar mais rápido à resposta certa do que pelo seu próprio esforço de construção. Mas “a capacidade de produzir bons resultados em testes e exames” é insuficiente quando pensamos na autonomia como objetivo da educação. Autonomia significa ser governando por si mesmo; seu oposto, a heteronomia, ser governado por outra pessoa. A autonomia associa os aspectos morais e intelectuais. Morais por incluir questões de certo ou errado, como no caso de ‘contar uma mentira’ ou ‘colar na prova’. Intelectuais pelas questões de verdadeiro ou falso, ou seja, dos processos de ir e vir do pensamento frente ao real, rumo às decisões a serem tomadas. (KAMII; GEORGIA, 1986, p. 64 e 68).

Se ao nascer, os seres humanos são dependentes e heterônomos, com o crescimento aliado ao desenvolvimento cognitivo, a expectativa é de que as pessoas conquistem a autonomia necessária à participação social, tomem decisões seguras e reavaliem as decisões tomadas, considerando as opiniões de outras pessoas cooperativa e colaborativamente, não só por persuasão ou controle. Porém, a escola favorece e cultiva situações de controle (ENGUIITA, 1989) que levam os alunos, por medo, insegurança, vergonha, timidez, a tomarem decisões que podem ser contrárias à sua vontade ou princípios. Pela própria heteronomia ou persuasão, em detrimento de seu próprio pensamento, os educandos dão uma resposta qualquer ou a que julgam ser a esperada pelo professor, aprendendo assim que a sua opinião não vai fazer diferença.

Isso contribui para a heteronomia, formando alunos que não sustentam suas posições. A falta de participação ativa, entre outros efeitos, leva alguns alunos à desatenção e à apatia; outros são levados à indisciplina.

Ao usarem recompensa e punição os adultos reforçam a heteronomia natural da criança, mas, quando trocam pontos de vista com a criança, estão incentivando-a a se desenvolver autonomamente. Isso é válido tanto para a educação familiar como para a educação escolar, já que nos dois contextos as coações atuam no controle das pessoas e situações (PIAGET, 1994). As punições levam ao cálculo dos riscos, à conformidade cega e à revolta. Se o aluno for flagrado fazendo algo moralmente errado, a punição não garante que esse fato ou outro semelhante deixará de ocorrer, mas esse aluno poderá aprender a calcular os riscos e evitar ser pego na próxima vez. Já o conformismo gera a necessidade da obediência, concordando ou não, sem encontrar espaço para negociações. Para o aluno conformista as decisões já foram tomadas e basta segui-las. A revolta, como terceiro resultado da punição, pode promover a indisciplina em sala de aula. Os alunos punidos discordam da punição, sentem-se injustiçados e procuram agir sem pensar nas conseqüências de seus atos. “Esse comportamento pode ser confundido com uma atitude autônoma porque o aluno age por si mesmo”, como reação à repressão real ou imaginada, mas o seu motivo continua sendo externo (KAMII; GEORGIA, 1986, p.71).

A punição e a recompensa, assim entendidas, reforçam a heteronomia. Mas o que tudo isso tem a ver com os erros dos alunos no processo de ensino-aprendizagem? A recompensa, embora melhor que a punição, também reforça a heteronomia, pois a conquista se dá pela necessidade de ofertar algo em troca. Os alunos que estudam somente com o intuito de conseguir boas notas acabam caindo na falácia da memorização de fatos, questionários, fórmulas, regras que são facilmente esquecidas após a prova. Assim, as listas de exercícios preparadas para que os alunos permaneçam em silêncio tentando resolver as atividades, favorecem o desejo de descobrir as respostas e não com as operações necessárias.

Uma situação didática que exemplifica essa situação é quando se quer saber como os alunos chegaram a determinada resposta. A primeira reação

deles é a de pegarem a borracha e começarem apagar, mesmo que a resposta esteja certa. Se uma criança diz que  $8 + 5 = 12$ , a melhor reação é evitar corrigi-la e incentivá-la a discutir sua resposta com as outras crianças. Pode-se também perguntar a ela como obteve essa resposta. As crianças freqüentemente se corrigem quando tentam explicar seu raciocínio às outras, pois necessitam sair de si para se fazerem entender, tentando coordenar seu ponto de vista com o das outras. A autonomia intelectual só poderá ser desenvolvida se as idéias certas e erradas forem respeitadas e discutidas, procurando-se preencher as lacunas do modo de pensar (KAMII; GEORGIA, 1986).

### **Procedimentos de pesquisa**

A investigação desenvolveu-se numa escola estadual de um município paranaense com mais de duzentos mil habitantes. A escola situa-se em um bairro a 3 km do centro da cidade. Possui cerca de 40 professores e aproximadamente a metade deles está fora do quadro da Carreira do Magistério Estadual; entre os que pertencem ao quadro há os que estão completando carga horária na escola. Essas situações revelam a instabilidade dos vínculos docentes com a escola. O colégio possui seis quintas séries, sendo duas no turno da manhã e quatro no turno da tarde. A turma investigada era vespertina e tinha 36 alunos, na época, com 10 anos de idade, à exceção de dois deles que tinham, respectivamente, 12 e 13 anos. São filhos de donas-de-casa, sem renda própria, ou de diaristas que trabalham na informalidade. Alguns pais são operários que possuem, no máximo, o ensino médio; muitos deles também são trabalhadores informais sem renda fixa ou desempregados. Cerca de 40% das famílias desses alunos recebem a Bolsa Família. O ambiente da sala de aula é formado pelo quadro de giz, a mesa do professor e as carteiras dos alunos. A turma é composta por 15 meninas e 21 meninos, dispostos em cinco fileiras.

A pesquisa é qualitativa, com registros sobre a percepção dos alunos no processo de ensino-aprendizagem, a diversidade e os processos operativos desencadeados a partir da resolução de um teste e da discussão das estratégias

utilizadas. Por se desenvolver no espaço ação da professora-pesquisadora, pela proximidade com os sujeitos da investigação e por buscar a compreensão dos erros no ambiente de interação desses sujeitos com seus pares, a pesquisa assumiu um caráter etnográfico. A etnografia parte do princípio de que o pesquisador tem sempre um grau de interação com a situação estudada, afetando-a e sendo afetado por ela. Nesse tipo de pesquisa, a ênfase está “no processo, naquilo que está ocorrendo e não no produto ou nos resultados finais” (ANDRÉ, 1995, p. 29).

No desenvolvimento da pesquisa, foram utilizados os seguintes instrumentos e estratégias para obtenção das informações: a) um questionário de natureza exploratória, antecedendo a investigação, fazendo uma sondagem sobre os erros dos alunos e as formas de correção experimentadas; b) um teste com 11 questões matemáticas envolvendo as operações fundamentais e o sistema de numeração; c) observações livres durante as aulas; d) socialização e discussão das respostas dadas no teste.

O questionário foi utilizado como instrumento para identificar concepções relacionadas ao ensino-aprendizagem e ao conhecimento matemático. Possibilitou informações sobre o gosto, a importância do conhecimento matemático e questões específicas relacionadas ao erro. A aplicação desse instrumento ocorreu em março de 2006 e os alunos responderam a todas as questões que lhes foram propostas.

A aplicação do teste visava identificar as formas como os alunos resolvem problemas para discutir as diferentes estratégias e respostas, em sala de aula. As informações obtidas com a resolução do teste configuraram-se em operações individualizadas, pois cada aluno resolveu os problemas de acordo com suas condições operativas e seu repertório de experiências. Ele compreendia problemas que tanto podiam ser resolvidos por algoritmos quanto por outras estratégias e de problemas sobre o sistema posicional de numeração. O teste requereu três encontros para a sua aplicação. Para garantir a calma nessa aplicação, as questões eram entregues uma de cada vez. A entrega de uma nova questão ocorria quando todos os alunos já haviam terminado a anterior.

Nas observações livres foram registradas as atitudes dos alunos durante

as aulas em que ocorreu a resolução do teste e a discussão das diferentes estratégias e respostas. As observações que se mostraram relevantes para a pesquisa foram anotadas em diário, compreendendo aproximadamente 36 h/aulas.

A socialização e discussão das respostas constituíram a principal fonte de informações, apoiando-se na variedade de respostas do teste. A diversidade de estratégias e respostas encontradas no teste foi transcrita com giz no quadro, para que fosse possível a análise coletiva com os alunos. Tinha-se em mãos um relatório das diferentes resoluções, para que fosse possível dirigir alguns questionamentos para os seus autores. Ao se devolverem as respostas, evitava-se qualquer menção de que os alunos que estavam sendo questionados as tinham fornecido. A discussão possibilitava identificar as formas de pensamento que originaram as respostas e buscar a co-operação mediada pela professora, levando em conta as estratégias utilizadas e os comentários dos alunos. Disso resultou um total aproximado de 16 horas-aula de gravações digitais de áudio.

Os questionamentos e os diálogos procuravam a “devolução” para que seu autor manifestasse as suas próprias contradições, dúvidas, inquietações e perguntas. A devolução tem características do método clínico de Piaget (CARRAHER, 1983), em que o experimentador propõe algum tipo de tarefa à criança e, assim que recebe uma resposta, faz uma pergunta ou modifica o problema, ou cria uma nova situação para compreender seu pensamento. Num processo contínuo, cada resposta da criança orienta o próximo passo do experimentador que usa seu entendimento para compreender o que a criança diz ou faz e para adaptar sua própria ação em função desta compreensão. Piaget entrevistava as crianças individualmente. Mas, na investigação ora apresentada, as discussões aconteceram de forma coletiva e seguiu-se a estratégia de devolver perguntas às crianças, tentando entendê-las ou colocando a necessidade de reflexão sobre suas próprias ações e/ou as ações dos colegas de classe.

Segundo Zunino (1995), a primeira – mas não a única – forma de intervenção imprescindível por parte do professor é a devolução explícita da situação problemática para o aluno, delegando a ele uma parte da responsabilidade a partir da qual será possível construir conhecimento. Com

o interesse voltado para as falas dos alunos, a função da professora foi a de mediadora nas discussões, procurando interferir minimamente com explicações, mas sempre devolvendo perguntas aos alunos com a finalidade de incentivá-los a falar sobre as suas formas de raciocínio ou as dos seus colegas. Assim, tentava-se entender como o aluno pensou ou o porquê da sua resposta, procurando gerar conflitos e a reflexão sobre as operações efetuadas.

A forma de tratamento das diferentes estratégias e respostas num trabalho com o grupo-classe implicou a necessidade do estabelecimento de regras de interação, como por exemplo: respeitar a forma de pensar do colega; não zombar quando o colega der uma resposta errada; possibilitar condições para que todos possam expor seu pensamento; ter o erro como inerente e provisório na relação com o conhecimento, entre outras. A apresentação dos episódios de sala de aula traduz o que se está chamando de socialização dos erros num ambiente cooperativo. Juntamente com a discussão das respostas, procura-se promover e observar as atitudes de respeito mútuo e cooperação a partir do contrato verbal em que se estabeleceram as regras de relacionamento e participação.

### **Informações coletadas e analisadas**

Retoma-se da teoria piagetiana o sentido da operação, cooperação e autonomia que constituem o referencial para a análise das informações. As operações se organizam em dois níveis sucessivos: no primeiro, das operações concretas, a criança abstrai dados da realidade, mas ainda depende das ações sobre os objetos para tal abstração; no segundo, das operações formais, o sujeito não é mais dependente das ações sobre objetos, pois pode operar sobre as relações possíveis de modo a prever as situações necessárias para a realização de uma tarefa. A partir das operações concretas progride a socialização entre as crianças, favorecendo-se a co-operação. A cooperação é a ação que permite unir operações de um indivíduo às dos outros, seja de forma espontânea com os colegas do grupo-classe ou mediadas pelo professor. A exposição do modo de pensar, a troca de idéias, o uso de estratégias alternativas de resolução e a co-operação promovem a autonomia do aluno.

Autonomia, individual ou coletiva, significa ser governado por si mesmo tomando as próprias decisões, colaborando com seus pares. A heteronomia é o oposto da autonomia e significa ser governado por outra pessoa ou opiniões alheias, tomar decisões levando em conta a expectativa do professor ou as considerações dos colegas, de forma acrítica e conformista.

As informações são apresentadas e analisadas a partir das respostas dadas aos problemas do teste. São apresentadas as informações das questões 1, 4 e 3 por serem as que apresentam mais densidade para a análise e discussão da questão de pesquisa. Essas questões referem-se a erros cometidos pelos alunos ao responder problemas que exigiam o conhecimento de operações aritméticas e do valor posicional do sistema de numeração decimal.

**Problema 1:** Uma classe tem 37 alunos e a professora pretende levá-los a um parque de diversões. O ingresso custa 3 reais e a professora quer levá-los em 2 grupos, porque ela acha difícil cuidar de todos de uma só vez. Para conseguir o dinheiro necessário ao passeio, a professora está fazendo algumas promoções e já conseguiu 50 reais. Com esse valor quantas crianças a professora poderá levar ao parque?

Com as respostas no quadro de giz, as discussões iniciaram com um questionamento à aluna CCSR que tinha atribuído um valor que ultrapassou muito a resposta esperada do problema. Visava-se a comparação da resposta que daria no momento do diálogo com a resposta dada ao teste. A aluna resolveu o problema da seguinte maneira:

$37 \times 3 = 111 + 50 = 161$ ; R: 161 alunos que poderão ir ao parque.

– Prof: O que você pensa da resposta de que a professora poderá levar 161 alunos ao Parque?

– CCSR: Depois de observar diz: Acho que tá errado.

– Prof: Por que você acha que está errado?

– CCSR: Ah! Porque só tem 37 alunos.

– Prof: Por que você acha, então, que algum colega respondeu dessa maneira?

– CCSR: Ah! Decerto não pensou direito.

Com a primeira parte do seu cálculo, a aluna encontra o valor que a professora gastaria para levar todas as crianças ao parque, mas, em seguida,



adiciona a esse valor a quantia que a professora havia arrecadado com as promoções, resultando no valor 161 alunos que poderiam ir ao parque. O diálogo, a cooperação com a professora acresce a reflexão que faltou no momento do teste e a aluna responde com segurança aos questionamentos feitos. Demonstrou ter consciência do erro exposto no quadro ao relacionar os dados do problema. A pergunta feita diretamente a ela, levou-a a tomar consciência do erro como contradição passível de reflexão.

A socialização das estratégias fez com que a turma se agitasse, passando a observar todas as respostas semelhantes expostas no quadro, ou seja, com valores acima dos 37 alunos. Admirados, os alunos discutiam entre si a possibilidade daquelas respostas. Das respostas dadas individualmente no teste, respondido ‘para a professora’, com os questionamentos, o esforço passa a ser o de se fazer entender ‘pelos colegas’. De uma situação inicial de crítica e admiração, as crianças passaram a refletir sobre as ações realizadas e a pensarem na situação apresentada como um dado real e significativo. Esse não foi um caso isolado. Fato semelhante ocorreu com o aluno JLOb sobre a resolução do problema que segue:

**Problema 4:** Em 1985 uma grande fábrica de automóveis tinha 18 345 funcionários. Em 1998 a fábrica entrou em crise financeira e demitiu 3 477 funcionários. Qual o número de funcionários que ficou na empresa após as demissões?

<b>GB</b>	<b>JLOb</b>	
1985	18345	
18345	+ 1985	20380
+ 1998	<b>20380</b>	<u>5475</u>
<u>3477</u>		
<b>26806</b>	1998	
26806	+ <u>3477</u>	
funcionários.	<b>5475</b>	

– JLOb: (Ao observar a estratégia utilizada por GB, comenta) Ih, como é que vai ser demitido tudo isso, já é mais do que todos!

O fato de JLOb não terminar o problema indica que o aluno pode ter percebido contradições em suas operações, mas não conseguiu compreendê-

las a ponto de superá-las. Para Macedo (1994), o erro aparece como um problema quando a criança o reconhece, mas tardiamente. A interferência de um adulto ou de colegas aprofunda a problematização da situação tida como exterior ao seu sistema cognitivo.

Assim como muitos outros alunos, GB e JLOb usaram todos os números que apareceram no problema, mas sem relacioná-los com a situação proposta. A lógica dessa estratégia é que, “se a professora colocou esses números no problema, então, precisamos usá-los”. Seguindo essa lógica usaram as datas nos cálculos, mesmo sendo dados complementares irrelevantes para responder à questão. Como salientam Parra e Saiz (1996), o algoritmo aparece como um trabalho puramente mecânico, independente dos dados da situação enunciada.

Os comentários de CCSR e JLOb confirmam que, apesar de não analisarem e não refletirem sobre as respostas dadas por eles no teste, têm condições de criticá-las, relacionando-as com o problema proposto, se lhes for dado espaço e oportunidade para a reflexão. Isso sugere a existência de erros que se relacionam à atenção, à significação e à compreensão da situação proposta.

Ao se oportunizar a esses alunos reconhecerem as inadequações das suas respostas ao se confrontarem com seus erros, procuraram meios para raciocinar. As estratégias de resolução utilizadas possibilitaram a análise cooperativa, na qual as operações individuais foram mediadas pela operação do colega e da professora. Em decorrência disso, torna-se significativa a inconsistência inicial dos dados dos problemas. Como lembra Piaget, o pensamento jamais “teria chegado a tomar consciência de si mesmo, não fora o choque com o pensamento dos outros e o esforço de reflexão que este choque provoca” (1967, p. 140).

Retornando ao problema 1, na resolução da aluna VAP, verifica-se que ela inicia a resolução valendo-se da noção de proporcionalidade operando corretamente, mas desiste da estratégia, como se pode ver a seguir:

<p><b>VAP</b> <i>10 crianças = 30 reais (apagou e fez):</i></p> $\begin{array}{r} 37 \overline{) 50} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 7 \phantom{0} \end{array}$ <p><i>R: A professora leva 7 crianças.</i></p>
---

A aluna compreende o problema como uma proporção 1:3, e se houvesse dado continuidade a esse raciocínio, poderia ter solucionado o problema. A insegurança em sua estratégia operativa a fez desistir do raciocínio utilizado e substituí-lo pelo algoritmo da divisão usando de forma incorreta, evidenciando a falta de domínio no seu uso. A aluna não integra as duas operações que fez, nem considera o montante de recursos disponíveis. Se, de início calculou que para 10 crianças seriam gastos 30 reais em ingressos, como poderia admitir na seqüência que a professora poderia levar somente 7 crianças ao parque? Qual a razão de a aluna preferir usar um algoritmo sem conseguir uma resposta satisfatória, em detrimento de um raciocínio mais complexo que poderia levá-la a uma resposta correta? Sobre isto, Carraher *et al* (1995, p.65) consideram que “aparentemente, aprendemos na escola não somente a resolver operações aritméticas, mas também atitudes e valores relativos ao que é apropriado em matemática”. Assim, é mais apropriado e ‘confiável’ usar as técnicas ensinadas na escola do que buscar alternativas, idéia essa que reforça o pensamento dependente.

Tais informações indicam que os alunos raciocinam ou operam de maneiras diferentes, dependendo do contexto e da significação das situações. As observações livres mostraram o conflito da aluna JP. Após ter tentado várias vezes fazer um cálculo para encontrar o troco de uma compra, comentou: “Professora eu sei qual é o troco porque eu ajudo minha mãe, mas eu não sei que conta fazer”! Uma das formas de dar troco em situações cotidianas é a de operar com adições sucessivas até que se chegue ao valor do dinheiro dado no ato do pagamento. Nessa estratégia de dar troco, os números têm significado para o sujeito. Na escola trabalha-se com os algarismos dispostos em colunas conforme sua posição no numeral, como se fossem valores independentes do significado do número. Conforme Carraher *et al* (1995), esse tipo de procedimento leva a criança a focalizar sua atenção nos símbolos escritos, perdendo tanto o significado da situação como dos algarismos dentro de um sistema de quantificação. É o que aconteceu, também, com a aluna VAP, ao responder que a professora poderia levar apenas 7 crianças ao parque, contradizendo seu próprio pensamento inicial.

Segundo os autores (CARRAHER *et al*, 1995), a perda de sentido

na resolução de problemas na escola se deve também às metas diferentes daquelas que movem o sujeito na resolução de problemas matemáticos fora do espaço escolar. Isto se relaciona, também, com a facilidade com que a criança aceita resultados absurdos. O comentário da aluna JP mostra que, mesmo havendo compreensão da situação-problema, preocupa-se com o uso e reprodução de técnicas algorítmicas que acabam sendo utilizadas de maneira puramente mecânica ou heterônoma, para resolver o problema.

Nas discussões verifica-se que alguns alunos procuram pela resposta dada ao problema e não pensam nas causas que levaram a tal resposta. Ao observarem a forma como JLOb resolveu o problema 1, fizeram os seguintes comentários:

<b>JLOb</b>				
37	<u>3</u>	50	<u>2</u>	12
07	<b>12</b>	00	<b>2</b>	<u>-2</u>
1				<b>10</b>

- Alunos: (Em coro!) Tá errado.
  - Prof: Mas, por que está errado?
  - EMSP: Tem três contas e não tem resposta.
  - Prof: Mas observem os cálculos. E quem quiser fazer algum comentário pode fazer! (Houve silêncio enquanto observavam)
  - DSA: Professora, a primeira e a última conta, tá tudo certo, mas a do 50 não, porque se dividiu por 2, tinha que dar 25 e não 2.
  - Prof: Como você chegou nesse valor 25?
  - DSA: Eu sei que é a metade do 50.
  - Prof: O que mais vocês podem observar?
  - RR: Aquele 37 é o número de alunos e se dividir por 3, é como se fossem três grupos, então pra dá certo o problema, essa conta não se pode fazer.
  - Prof: Quem poderia explicar melhor o que o colega falou?
  - VAP: Professora, eu acho que é assim: se a gente fosse fazer uma conta pra dividir a nossa sala em três grupos, teria que fazer esse tipo de cálculo que é dividir por três e no problema só fala de dois grupos.
- A aluna EMSP procura pela resposta sem levar em conta os cálculos

utilizados ao dizer “tem três contas e não tem resposta”. A aluna DSA referiu-se ao erro da divisão de 50 por 2, sem relacioná-lo com os dados do problema, mas apenas pensando no cálculo em si. Já o aluno RR faz essa relação. Ele percebe que a divisão de 37 por 3 divide a turma da professora do problema em três grupos e não em dois, como diz a questão. Ao serem solicitados para esclarecer melhor o que o aluno RR acabara de falar, a aluna VAP busca uma situação análoga para explicar sua compreensão, colocando a própria sala de aula na situação. O exemplo da aluna, ao apoiar-se na experiência e situações concretas, caracteriza o pensamento operatório concreto por buscar na realidade próxima auxílio à compreensão.

Os diálogos seguintes mostram a indecisão dos alunos sobre ‘o número que sobe’ devido às técnicas algorítmicas, ao se referirem ao primeiro cálculo feito pela aluna ARC:

<b>ARC</b>		
2		
37	11	22
<u>x3</u>	<u>x2</u>	<u>-50</u>
11	22	30
R: Pode levar 30 alunos ao parque.		

R: Pode levar 30 alunos ao parque.

– CS: Professora a primeira conta tá quase certa, é que esqueceram de somar o dois.

– Prof: E o que significa aquele 2 que não foi somado?

– KCL: É o dois que subiu do 21.

– Prof: Mas ele vale 2?

– KCL: Vale.

– LFRP: Não, professora, vale 20 porque é do 21.

– Prof: E por que não dá pra pôr o 21 todo embaixo.

– Alunos: Porque a conta fica errada.

– RR: (diz após as tentativas de uma resposta mais elaborada): Professora é porque é assim, nos cálculos, se a gente observar bem, vai ver que só pode ir do zero até o nove. Quando passa de nove, aquele tanto precisa ir pro outro lugar ou da dezena ou da centena, porque se deixar

embaixo vai dá um resultado muito grande que vai ser errado.

– Prof: E quando ‘sobe’ um número, a gente pode colocar em qualquer lugar desde que seja em cima? (Mesmo após o comentário do aluno RR, a turma se agita com alguns alunos falando que pode e outros, não pode).

– Prof: Quem gostaria de comentar?

– SCS: Pode ser em qualquer lugar, mas se a gente esquecer de somar a conta fica errada.

– JM: Acho que não professora, o 2 é dezena e tem que ficar na linha da dezena, senão a gente pode achar que é centena e aí vai dá errado.

– Prof: E agora quem tem razão?

– SCS: É, ele está certo professora. Cada parte tem seu valor.

O diálogo evidencia que a co-operação, proporcionada pelos diferentes pontos de vista, contribuiu para que a aluna SCS firmasse opinião a respeito do valor relativo de um número que ‘sobe’ devido à estrutura do sistema de numeração decimal posicional. A cooperação é definida por Piaget (1973) como cooperar na ação, coordenar pontos de vista pelas ações de reciprocidade, correspondência ou complementaridade. Assim, a co-operação possibilitou a descentração superando a perspectiva egocêntrica, pois a aluna necessitou refazer o percurso cognitivo do colega para concordar ‘com’ ele.

Durante a fase de discussões das estratégias utilizadas com os alunos, havia a preocupação em saber se os diálogos estavam sendo significativos também para os alunos que ficavam quietos, normalmente por timidez e insegurança em expor seus raciocínios. Escolheu-se, então, um aluno que havia errado o problema e não havia falado, para que comentasse o cálculo da aluna PAA, que estava no quadro.

<b>PAA</b>				
37	37	18		17
<u>  </u>		16		
<u>x 3</u>	17	<u>x3</u>		<u>x3</u>
<b>18</b>		<u>x3</u>		
<b>111</b>	<b>1</b>	<b>54</b>	<b>51</b>	<b>48</b>
R: Ela poderá levar 16 crianças.				

– LGA: Aquele 111 é o tanto que vai gastar pra levar todos os alunos (...) o 18 é que vai ter que ir 18 num grupo e sobra 1, daí no outro vai 19 (...)

aquele 54 é o quanto ia gastar se levasse 18 alunos, o 51 é se levasse 17 e como só tinha 50 (reais), então, só leva 16 alunos.

– Prof: É necessário fazer todos esses cálculos para resolver o problema?

– DSA: Nesse problema a gente faz todas as contas se quiser saber bem direito todas as coisas, senão é só pegar o dinheiro que tem e dividir pelo preço do ingresso.

O aluno LGA, que errou o problema 1 no teste, demonstrou que compreendia todos os cálculos feitos pela colega. A socialização das estratégias possibilitou a reestruturação de seu pensamento coordenando as ações corretamente, estabelecendo relações entre todos os dados do problema. Mesmo em silêncio, o aluno LGA co-operava ativamente com os colegas, o que permitiu a compreensão do problema.

De outra resposta correta dada ao problema 1 destaca-se a estratégia utilizada pelo aluno MJA, que somou várias parcelas de valor 3 até 15 e depois várias parcelas de valor 15, como se mostra a seguir:

<b>MJA</b>		
3	15	45
3	<u>+15</u>	<u>+3</u>
3	<b>30</b>	<b>48</b>
3	<u>+15</u>	
<u>+3</u>	<b>45</b>	
<b>15</b>		

A estratégia do aluno não foi, à primeira vista, aceita como fácil por alguns alunos que diziam não entender aquele jeito de fazer. A pergunta sobre essa estratégia foi dirigida ao próprio aluno que a fez:

– Prof: MJA, como você explicaria aquele jeito de resolver?

– MJA: Ah! Professora é que eu tentei fazer a divisão e vi que tava errada, então eu fiz assim.

– Prof: Bom, está correto. Então tenta explicar seu raciocínio pra gente.

– MJA: É que eu fui somando os 3 e vi que cinco 3 dava 15, então eu pensei que se 5 ingresso dá 15, então 10 vai dá 30 e mais 5 ingresso dá mais 15, aí já dava 45 reais, então faltava só mais um pra completar e sobrava 2 reais.

O aluno acabou somando os ingressos um a um até atingir um conjunto de 5 ingressos e depois somou três conjuntos de 5 ingressos mais um ingresso, totalizando 48 reais. Ele percebeu seu erro inicial, quando tentou fazer a divisão, e buscou na estratégia concreta, por etapas, a forma para resolver o problema. A atitude do aluno evidencia a pré-correção do erro, retornando a um padrão operatório concreto para superar/contornar seus conflitos cognitivos. Conforme Macedo (1994), o erro enquanto problema pode ser antecipado ou anulado, pois já se dispõe de meios para pesquisá-lo, adquirindo-se, assim, uma certa autonomia. A forma como o aluno MJA resolveu corretamente o problema 1 e ainda soube explicar sua estratégia aos colegas de sala de aula demonstra, na perspectiva piagetiana, a tomada de consciência da operação realizada, porém dentro de um procedimento concreto.

Piaget (1967) considera tal atitude muito difícil, pois, efetivamente, caracteriza-se pela passagem do plano da ação para a linguagem, reinventando as ações na imaginação para poder exprimi-las em palavras. Pressupõe não somente a tomada de consciência das relações tecidas pelo pensamento, mas do próprio trabalho desse pensamento, caracterizando uma operação de segunda potência ou, dito de outra forma, um processo metacognitivo.

A seguir, apresentam-se os diálogos com os alunos sobre as respostas referentes ao problema 3, que dizia:

**Problema 3:** No pátio de um estacionamento estão 11 caminhões. Sabendo que cada um desses caminhões tem 12 pneus, diga quantos pneus há nesse pátio de acordo com o número de caminhões apresentados?

Destaca-se a participação da aluna PCS que, antes de qualquer pergunta inicial, pede a vez para falar:

<b>14 alunos usaram esta estratégia</b>	<b>VAP</b>	1 → 12
		2 → 24
		3 → 36
		4 → 48
		5 → 60
		6 → 72
		7 → 84
		8 → 96
		9 → 108
		10 → 120
		11 → <b>132</b> pneus.
		11
<u>+12</u>	<u>+12</u>	
<b>23</b>	<b>23</b>	
R: 23 pneus.	(apagou e substituiu por):	



– PCS: Professora, aquele jeito da primeira tá errado, porque dois caminhões já dão 24 pneus e lá só deu 23.

– Prof: Por que será que muitos alunos somaram os dados do problema?

– CMS: É que no problema dá para saber que vai dar mais pneus, por isso ‘eles’ acham que a conta é de somar.

A aluna PCS fez uma observação correta, demonstrando a idéia de proporcionalidade; não foi possível saber se esse raciocínio era próprio da aluna ou se ela chegou a esta conclusão a partir da estratégia usada pela aluna VAP, tendo em vista que essa forma de resolução já se encontrava exposta no quadro. De qualquer forma, chamou a atenção o comentário da aluna PCS, pois ela errou em todas as questões do teste, tendo apenas um acerto parcial em uma delas. Os 14 alunos que resolveram o problema pela soma dos dados apontaram para o aprendizado de um procedimento, mas que não corresponde à compreensão do conceito de adição. O aluno CMS justificou o uso da estratégia de adicionar os dados apontando para a procura de “chaves lingüísticas” que indicariam o cálculo a ser feito. Esse aluno também havia somado os dados do problema e, observando a forma como VAP o resolveu, ele comentou:

– CMS: Ah! Se eu soubesse que podia fazer assim, eu também tinha feito.

– Prof: E por que você acha que não pode?

– CMS: Ah! Porque eu achei que tinha que fazer com cálculo.

O diálogo com CMS explicita a atitude heterônoma em que, mesmo de forma inconsciente, acaba esperando uma ordem para liberar seu raciocínio. O uso excessivo de técnicas e regras, em lugar de estratégias próprias do aluno na resolução dos problemas, reforça as atitudes heterônomas. Ou seja, o aluno age guiado pelo que julga ser a expectativa do professor ou por uma regra ou condição a ser satisfeita, do tipo “tinha que fazer cálculo”.

A aluna VAP, ao tentar resolver o problema somando os dados, percebeu a contradição do resultado e buscou substituí-lo por uma outra estratégia que fosse capaz de resolver o problema caracterizando a pré-correção do erro. A aluna retoma a proporcionalidade abandonada no

problema 1. No problema 3 supera seu conflito inicial e consegue responder com seu próprio raciocínio. Segundo OCDE/PISA (2000), a aprendizagem autônoma requer um julgamento crítico e realista do grau de dificuldade da tarefa e a capacidade de investir energia suficiente para realizá-la. A aluna, ao conseguir chegar à solução correta por seus próprios meios, deu mostras disso. A socialização da estratégia da aluna contribuiu para a percepção dos colegas de que é possível seguir caminhos alternativos sem negar a situação proposta.

### **Considerações finais**

Numa sondagem que antecedeu a investigação, os alunos manifestaram suas percepções sobre o ensino de matemática: assumindo a culpa pelos próprios erros, desatenção e equívocos nas contas e nos números; reclamando dos professores pela falta de paciência e de explicação e pelas correções que não possibilitam a compreensão dos porquês; manifestando elementos afetivos que expressam (des)interesse, (in)satisfação, apatia e (des)valorização do conhecimento matemático. As queixas referem-se a práticas didático-pedagógicas de aprendizagem passiva ou bancária, individualizante, com o constrangimento do erro e a prática corretiva sem discussão.

Isso expressa uma prática pautada na reprodução, na repetição de modelos, regras e técnicas incompreendidas, fixadas por memorização, sem reflexão crítica, impedindo o uso de estratégias operativas para a construção de conceitos e a compreensão de algoritmos, e inibindo as atitudes cooperativas e autônomas. É o aprender sob a égide do simples e do definitivo. Porém, a complexidade do pensar e a provisoriidade do conhecer em que se inscreve o erro indicam que o insucesso dos alunos não deriva de uma única causa: inclui as contingências da escola, que passam pela formação dos professores, currículo, ações didático-pedagógicas, organizações do sistema educacional, investimentos insuficientes da educação pública, indiferença social e familiar, entre outras.

Os erros cometidos por uma criança são reveladores do conhecimento construído e das operações executadas pelos sujeitos; o erro não é a negação

do conhecer, mas expressão da sua dinâmica própria. O ponto de vista didático-pedagógico que animou a investigação destaca algumas atitudes possíveis na aprendizagem do conhecimento lógico-matemático: a mais fundamental delas, a atenção e o diálogo aberto às respostas erradas dos alunos, pode promover mais o aprendizado da matemática do que as atitudes corretivas e punitivas; a diversidade de respostas e estratégias encontradas nos erros de resolução de uma situação-problema revelada não dificulta, mas facilita o aprendizado e a abertura para o diálogo; a análise crítica e a exploração de estratégias operativas favorecem mais a superação das dificuldades dos alunos do que o uso de algoritmos; a socialização dos resultados obtidos numa determinada situação-problema e a discussão de diferentes perspectivas e estratégias, sob condições de co-operação, favorecem a reflexão, a descentração do pensamento e a autonomia.

Os episódios de sala de aula não só demonstraram e descreveram formas de erros e as relações destes com o processo de ensino-aprendizagem, mas também de procedimentos didáticos promotores da reflexão e da autonomia: a atitude de diálogo em que, de comum acordo, combinam-se procedimentos de participação com atribuição e explicitação de responsabilidades, favorecendo-se o sentido da co-responsabilidade e da cooperação; o aprofundamento de uma atividade mostra-se mais relevante do que uma lista de exercícios usada para fixação de conteúdos sem a devida compreensão; as devoluções possibilitam identificar formas de raciocínio que seguem lógica diferente dos padrões esperados, possibilitando identificar o significado da situação proposta; a validação possibilita ao aluno, ao analisar resultados com meios próprios, identificar contradições e consistências para refazer o próprio raciocínio; os problemas e as questões abertas, ao admitirem mais de uma solução, enriquecem as discussões, favorecendo o sentido da cooperação e da autonomia; a divergência de opiniões favorece a tomada de consciência da situação tratada e dos procedimentos operatórios, contribuindo para a autoestima e a confiança de aprender; a discussão dos erros na sala de aula contribui para uma melhor contextualização e significação do conteúdos e procedimentos matemáticos; a cooperação propicia condições para que operações que não foram realizadas no trabalho individual ocorram com

bastante naturalidade no momento do diálogo; a socialização possibilita o desenvolvimento da descentração do pensamento, da co-operação, a aproximação das dúvidas dos alunos e de suas representações; o silêncio pode ser expressão de participação ativa, mesmo que conjuntamente o aluno não esteja interferindo na discussão, pois as considerações dos colegas permitem a reestruturação do pensamento pela atividade co-operativa.

O erro no ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva teórica das operações e co-operações no contexto de uma sala de aula sustenta o sentido transversal do desenvolvimento da autonomia, seja ela intelectual ou moral. Intelectual por destacar, validar, reformular e ampliar formas de pensar e de interagir com o universo das noções e relações lógico-matemáticas. Moral por buscar, sempre fundamentada no diálogo e na reflexão ante o diverso e o dissenso, construir uma perspectiva de princípios de convívio descentrados. Autonomia que se materializa na prática persistente e contínua tecida no cotidiano da sala de aula, nos gestos e ações de um/a professor/a e seus alunos.

## **Referências**

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papirus, 1995.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BECKER, F. **Da ação à operação**: o caminho da aprendizagem em J. Piaget e P. Freire. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A Editora e Palmarinca, 1997.

BECKER, F. **A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar**. Porto Alegre: ARTMED, 2003.

BRANDT, C. F. Desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e do processo de aprendizagem a partir das recentes concepções matemático-didáticas: erro e obstáculo epistemológico. **Contrapontos**, Itajai, v. 2, n. 6, p. 389-409, set./dez. 2002.

BRANDT, C. F.; CAMARGO, J. A. e ROSSO, A. J. Sistema de numeração decimal: operatividade discente e implicações para o trabalho docente. **Zetetiké**, Campinas, v. 12, n.22, p. 89-124, jul./dez., 2004.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais**. Brasília: MEC/SEF, 1998b.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução** Brasília: MEC/SEF, 1998c.

CARRAHER, T. N. **O Método Clínico**: usando os exames de Piaget. Petrópolis, RJ: Vozes, 1983.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CARVALHO, J. S. F. de. As noções de erro e fracasso no contexto escolar: algumas considerações preliminares. In: AQUINO, J. G. **Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas**. São Paulo: Summus, 1997. p. 11-24.

CASÁVOLA, H. M. O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. In: CASTORINA, J. **A Psicologia genética: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988. p. 32-44.

COLOM, J. A. **A (des)construção do conhecimento pedagógico: novas perspectivas para a educação**. Porto Alegre: ARTMED, 2004.

DAVIS, C. L. F.; ESPOSITO, Y. L. Papel e função do erro na avaliação escolar. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 74, p. 71-75, ago. 1990.

DELVAL, J. **Crescer e pensar: a construção do conhecimento na escola**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ENGUITA, M. F. **A face oculta da escola**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1989.

FAVRE, D. Conception de l'erreur et rupture épistémologique. **Revue Française de Pédagogie**, Lyon, n. 111, p. 85-94, avril-mai-juin, 1995.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GARCÍA, R. **O conhecimento em construção**. Das formulações de Piaget à teoria de sistemas complexos. Porto Alegre: Artmed, 2002.

GÓMEZ CHACÓN, I.M. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003.

GUSMÃO, T. C. R. S. e EMERIQUE, P. S. Do erro construtivo ao erro epistemológico. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n.14, p. 51-65, 2000.

KAMII, C., GEORGIA, D. **Reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1986.

KESSERLING, T. **Jean Piaget**. Petrópolis: Vozes. 1993.

LA TAILLE, Y. de. O erro na perspectiva piagetiana. In: AQUINO, J. G. (Org.) **Erro e fracasso na escola**: alternativas teóricas e práticas. São Paulo: Summus, 1997, p. 25-45.

LA TAILLE, Y. de; SOUZA, L. S. de; VIZIOLI, L. Ética e educação: uma revisão da literatura educacional de 1990 a 2003. **Educação e Pesquisa**, v.30, n.1, p.91-108, jan./abr. 2004.

LERNER, D. O ensino e o aprendizado escolar: argumentos contra uma falsa oposição. In: **Piaget - Vygotsky**: Novas contribuições para o debate. 3. ed. São Paulo, Ática, 2005. p. 85-146.

MACEDO, L. de. **Ensaio construtivistas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

OCDE: Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos. **Conhecimentos e atitudes para a vida**: resultados do PISA 2000 – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. São Paulo: Moderna, 2000.

PARRA, C. e SAIZ, I. **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PIAGET, J. **O raciocínio na criança**. Rio de Janeiro: Editora Record, 3. ed., 1967.

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos**. São Paulo: Forense, 1973.

PIAGET, J. **A epistemologia genética**; Sabedoria e ilusões da filosofia; Problemas de psicologia genética. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

PIAGET, J. **Psicologia da inteligência**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

PIAGET, J. **O Juízo moral na criança**. 2. ed. São Paulo: Summus, 1994.

PIAGET, J. **Abstração Reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, J. **Sobre a Pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e história da ciência**. Lisboa: Dom Quixote, 1987.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas: Papirus, 2000.

ROSSO, A. J. **O pensamento operatório formal e o ensino de exercícios de Ecologia**: um estudo de caso. 1993. 108 páginas. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1993.

ROSSO, A. J. A função formativa do erro. **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 3, n. 1, p.79-95, jan./jun., 1996.

ROSSO, A. J. *et al.* A produção do conhecimento e a ação pedagógica. **Educação e realidade**, Porto Alegre, v. 23, n. 2, p. 63-82, jul./dez., 1998.

SANTOS, G. C.; SANTOS, S. R. O Erro na Aprendizagem de Matemática: uma abordagem construtivista. **Revista da FAEEBA**, Salvador, n. 6, p. 135-145, jul./dez., 1996.

ZUNINO, D. L. de. **A matemática na escola**: aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

**Submetido em junho de 2009**  
**Aprovado em outubro de 2009**

ISSN (versão impressa) 0104-9739  
ISSN (versão online) 2176-2988

# GEPPEM

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# GEPPEM

**Boletim Gepem**

**55**

**2009**

ANO XXXIII  
RIO DE JANEIRO - RJ  
P. 1 - 199  
JUL. / DEZ. 2009