



Modelagem Matemática: as discussões técnicas e as experiências prévias de um grupo de alunos

Mathematical Modeling: technical discussions and previous experiences of a group of students

Jonson Ney Dias da Silva¹
Jonei Cerqueira Barbosa²

Resumo

Este artigo tem o objetivo de analisar como as experiências prévias dos alunos influenciam a produção de discussões técnicas em um ambiente de modelagem matemática. Por discussão técnica, entendemos como toda tradução de um fenômeno eleito (oriundo do dia-a-dia, do campo das profissões ou de outras áreas da ciência) em termos matemáticos. Esta pesquisa foi realizada com um grupo de alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática, em uma sala de aula de uma universidade pública. A natureza da pesquisa é qualitativa e os dados foram coletados através da observação e entrevistas, a qual foi registrada através da filmagem. Os resultados sugerem que as discussões técnicas seguem uma lógica escolar, mobilizando conhecimentos matemáticos previamente estudados pelos alunos, porém com a incorporação de argumentos externos à sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Interação aluno-aluno. Discussões técnicas. Alunos. Sala de aula.

¹ Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA – Salvador/BA) e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS – Feira de Santana/BA). Membro do Núcleo de Pesquisa em Modelagem Matemática sediado na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS – Feira de Santana/Ba). Endereço para correspondência: Rua Desembargador Filinto Bastos, n° 72, Centro, Feira de Santana - Bahia, CEP: 44015-100. Home: www.uefs.br/nupemm. E-mail: jonsonney@hotmail.com

² Professor do Departamento II da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia e do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA – Salvador/BA) e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS – Feira de Santana/BA). Endereço para correspondência: Avenida Reitor Miguel Calmon, s/n, Canela, Salvador – Bahia, CEP: 40110-100. E-mail: joneicerqueira@gmail.com

Abstract

This paper aims to present an analysis of how students' previous experiences may influence the production of technical discussions in an environment of mathematical modeling. By technical discussion, we mean "all translation of a selected phenomenon (from the daily routine, vocational settings or from other fields of science) into mathematical terms. This research was carried out with a group of students of an undergraduate course in mathematics in a classroom of a public university. This research is a qualitative one, and the data were collected through observation and interviews, which have been registered through video recording. The results suggest that technical discussions follow the school logic, mobilizing students' previous school mathematical experiences but also incorporating in some degree outside arguments into classroom.

Keywords: Mathematical modelling. Student-student interaction. Technical Discussions. Students. Classroom.

Introdução

A modelagem matemática³ pode ter como propósito desenvolver atividades que ofereçam subsídios aos alunos na compreensão de como a matemática é utilizada nas práticas sociais (BARBOSA, 2001). Essa perspectiva de modelagem – denominada *sócio-crítica* por Barbosa (2003) – enfatiza a atuação do aluno na sociedade, analisando o papel da matemática nos debates sociais.

Barbosa e Santos (2007) argumentam que a expressão "sócio-crítica", reportada por Barbosa (2003, 2006), denota um modo de ver a modelagem na Educação Matemática como um reconhecimento àquelas práticas pedagógicas que compreendem este ambiente como uma oportunidade para os alunos discutirem a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade (KAISER; SRIRAMAN, 2006). Desta maneira, destacamos que os professores podem incentivar os alunos para que estes, como apontam Orey e Rosa (2003), analisem criticamente a cultura dominante e a própria cultura através da matemática. Este argumento alinha-se à Educação Matemática Crítica, cuja preocupação – de acordo com Alro e Skovsmose (2002) – é saber como a matemática influencia os ambientes cultural, tecnológico

³ Para evitar repetições da expressão modelagem matemática, utilizaremos o termo modelagem.

e político, além de buscar compreender como se configura a sua participação no desenvolvimento da cidadania.

Assim como em Barbosa (2003), assumimos modelagem como um ambiente de aprendizagem⁴ no qual, os alunos, por meio da matemática, são convidados a indagar e investigar situações originadas de outras áreas da realidade. Seguindo este entendimento, este ambiente de aprendizagem é constituído de relações interpessoais, possibilitando aos participantes a produção de diversos tipos de ações, como: esquematizar, desenvolver operações aritméticas, gerar equações, fazer desenhos, traçar gráficos, e, principalmente, produzir discursos. Barbosa e Santos (2007) apontam a necessidade de se compreender os encaminhamentos desenvolvidos pelos alunos, buscando entender a forma como as ações são trazidas e abordadas pelos alunos no desenvolvimento do ambiente de modelagem.

Numa perspectiva sócio-cultural (LERMAN, 2000, 2001), assumimos que a interação no ambiente de modelagem é constituída por práticas discursivas que acabam, por assim dizer, se configurarem nas estratégias produzidas pelos alunos. Para Lerman (2001), a análise das práticas discursivas é central, porque os significados nos precedem e somos constituídos a partir da linguagem e práticas associadas em diversos contextos que participamos. Sendo assim, entendemos que as ações dos alunos no ambiente de modelagem podem ser compreendidas através de suas práticas discursivas.

Como consequência, tomamos as práticas de modelagem em termos dos discursos. Discurso refere-se a todas as formas de linguagem, incluindo gestos, sinais, artefatos, mímicas e assim por diante (LERMAN, 2001). Em particular, compreendemos uma discussão como uma enunciação oral dirigida para alguém. Essas discussões são desenvolvidas nos espaços de interações, ou seja, nos encontros entre alunos ou entre estes e o professor (BARBOSA, 2006), visando uma resolução para situação em estudo. Isto pode se encaminhar para uma possível produção de um modelo matemático que retrate a situação. Neste artigo, consideraremos modelo matemático como toda representação matemática da situação pesquisada, como aponta Barbosa (2008). No caso

⁴ Conforme sugerido por Skovsmose (2008), ambiente de aprendizagem refere-se às condições propiciadas aos alunos para desenvolverem suas ações.

específico, tem-se a representação por escrito, isto é, as idéias que os alunos ou o professor registram no papel através de símbolos, idéias, algoritmos matemáticos. Esse autor argumenta que, para se constituir um modelo matemático, é necessário que este seja um discurso escrito, no qual registros matemáticos são utilizados de alguma maneira.

As discussões produzidas pelos alunos com o intuito de produzir um modelo matemático nos espaços de interação compõem as rotas de modelagem (BARBOSA, 2007). Em outras palavras, as rotas são de natureza discursiva e são constituídas pelos discursos produzidos com o propósito principal de construir representações matemáticas para a situação-problema em estudo. Para este autor, fazem parte dessas rotas:

- as discussões matemáticas, que se referem aos conceitos e procedimentos da disciplina matemática pura;
- as discussões técnicas, que se referem à tradução do fenômeno eleito para estudar em termos matemáticos;
- as discussões reflexivas, que se referem à conexão entre os pressupostos utilizados na construção do modelo matemático e os resultados, bem como a utilização destes últimos na sociedade.

Durante uma atividade de modelagem, essas discussões ocorrem sem seguir uma ordem pré-estabelecida. Muito embora possamos identificá-las através do conteúdo que as caracterizam, isto não significa, como salienta Barbosa (2008), que estas discussões possuem fronteiras claras. O autor aponta que sua utilidade repousa sobre sua potencialidade de descrição (e análise) das práticas discursivas no ambiente de modelagem. A seguir, aprofundaremos o entendimento sobre as discussões técnicas, já que o foco, neste artigo, é analisar como as experiências prévias dos alunos influenciam na produção dessas discussões num ambiente de modelagem.

Discussões Técnicas

Na introdução deste artigo, apresentamos as discussões técnicas como aquelas que são realizadas num ambiente de modelagem referentes à *tradução* de um fenômeno eleito em termos matemáticos. Essa definição vem de reflexões

acerca do entendimento de discussões técnicas em Barbosa (2001, 2003, 2006, 2007, 2008), em particular, focalizando o modo como os alunos estruturaram a situação em estudo em termos de hipóteses, variáveis e relações matemáticas.

O termo “*tradução*” denota, neste estudo, o ato ou efeito de traduzir, interpretar, representar, simbolizar, transladar e explicar (FERREIRA, 2004). Portanto, compreendemos que esse termo se encaixa na definição de discussões técnicas, tendo em vista que essas discussões referem-se ao momento de explicar, traduzir, interpretar uma determinada situação em termos matemáticos.

Christensen, Skovsmose e Yasukawa (2008) apresentam essa “*tradução*”, como um processo de matematização de transformações matemáticas que tem como objetivo reduzir a situação estudada a descrições matemáticas. Essas transformações, segundo os autores, sempre estão sujeitas a conter implícita e explicitamente influências dos seus produtores, pois os mesmos refletem, na sua construção, interesses ou intencionalidades. Assim, remetendo-se ao nosso estudo (e focalizando nos discursos produzidos no ambiente de modelagem em sala de aula), compreendemos que essas transformações matemáticas identificadas por estes autores podem ser interpretadas como as discussões técnicas.

No estudo de Araújo e Barbosa (2005), por exemplo, os autores apresentam um caso em que os alunos foram solicitados a formularem um problema com referência na realidade e resolvessem por meio da matemática. Para dar conta desta tarefa, os alunos consideraram suas experiências extra-escolares referentes à variação de temperatura média no decorrer de um ano. Porém, ao mesmo tempo, tomaram um conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral previamente estudado para estruturar um situação-problema fictícia. Esta estratégia dos alunos destoou daquela prevista pelo professor. Neste caso, vê-se que os alunos mobilizaram experiências prévias do contexto extra-escolar, bem como do escolar, e, assim, chamando-nos a atenção para a influência das experiências prévias na produção das estratégias dos alunos.

A partir dos resultados do estudo de Araújo e Barbosa (2005), propomo-nos a avançar a compreensão de como as experiências prévias dos

alunos influenciam a produção das discussões técnicas desenvolvidas nos espaços de interações. O estudo desta questão pode nos oferecer elementos para compreender as particularidades das práticas discursivas dos alunos em um ambiente de modelagem na arena da sala de aula.

Contexto do Estudo

Os dados utilizados no presente estudo foram coletados na disciplina “Instrumentalização para o Ensino da Matemática (INEM) VI”, com foco nos Temas Transversais, numa turma do 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana, Bahia, ministrada pelo segundo autor deste artigo. A turma era constituída por 15 alunos oriundos de semestres variados.

Segundo o projeto curricular do curso mencionado, a disciplina em questão tinha o objetivo de potencializar os futuros professores de matemática para a organização de situações didáticas voltadas para a compreensão da realidade social e dos direitos e responsabilidades em relação à vida pessoal, coletiva e ambiental, ou seja, buscar soluções para adequar os conteúdos matemáticos às questões de urgência social. A partir da transversalidade, trata-se de descobrir estratégias para a utilização da matemática na construção de conceitos e atitudes que formarão o cidadão.

Temas Transversais procuram promover a integração das disciplinas; e, no caso especial da Matemática, tem-se a tentativa de ser feita uma conexão entre ela e outras disciplinas. Diante deste contexto, o ambiente de modelagem não deixa de ser utilizado, pois a matemática oportuniza estudar e compreender fenômenos de outras disciplinas e do dia-a-dia, abrindo espaço para a inclusão de experiências extra-escolares.

As aulas ocorreram uma vez por semana com carga horária de 4 horas e eram divididas em três momentos. No primeiro momento, o professor discutia com os alunos sobre um assunto proposto por ele. Às vezes, ele trazia reportagens e dados sobre o tema a ser abordado. No segundo momento, os alunos eram convidados a desenvolver uma determinada questão em grupo, finalizando com a apresentação e a discussão das conclusões da atividade,

fechando assim o terceiro momento do encontro.

Durante a observação, foram coletados dados em diferentes grupos, tendo em vista que, nessa disciplina, o professor teve a oportunidade de desenvolver o ambiente de modelagem referente ao caso 1, onde o professor apresenta um problema devidamente relatado com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação (BARBOSA, 2003). Além disso, havia um projeto de modelagem referente ao caso 3, que trata de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não matemáticos’, os quais podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos (BARBOSA, 2003).

Para esse artigo, foram trazidos os dados vindos de uma atividade de modelagem, caso 1, desenvolvida pelo grupo formado pelos alunos Elma, Kati, Luciano, Nina, e Paulo⁵. Essa atividade aconteceu em um dia de aula e foi dividida em três momentos, como citado em parágrafo anterior.

Atentamos para um trecho de um episódio onde identificamos a influência marcante das experiências prévias dos alunos na produção das discussões técnicas dos mesmos num ambiente de modelagem. Tal aspecto destacou a relevância desse incidente, tendo em vista ir ao encontro dos objetivos deste artigo, o que nos fez recortá-lo e trazê-lo para análise aqui. O trecho do episódio refere-se à apresentação dos resultados encontrados por um grupo de alunos ao professor e aos demais alunos da turma.

Metodologia

Neste tipo de estudo em que se investiga a atividade discursiva dos alunos no ambiente de modelagem, a metodologia utilizada se enquadra no que se pode denominar de estudo qualitativo, pois, segundo Bogdan e Biklen (1994), esse tipo de estudo tem o interesse de investigar problemas tais como eles se manifestam nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas, sendo o ambiente natural a fonte direta dos dados.

Foi selecionado um grupo para observação, a qual se deu através do contato direto com os autores envolvidos, pois ocorreu no ambiente natural onde os discursos dos alunos foram produzidos. O primeiro autor, que não

⁵ Pseudônimos escolhidos pelos alunos do grupo observado.

era professor da disciplina, acompanhou todos os momentos da aula, bem como todas as atividades desenvolvidas na disciplina. As observações aconteceram durante todas as aulas e foram registradas através de filmagem. Também foram feitas as cópias de todos os materiais escritos desenvolvidos pelos alunos durante a atividade.

Neste estudo optou-se por utilizar a observação de natureza não-estruturada, aquela na qual, de acordo com Alves-Mazzotti (1998), os comportamentos a serem observados não são predeterminados – são observados e relatados da forma como ocorrem, visando descrever e compreender o que está ocorrendo numa dada situação. Tendo em vista os objetivos da pesquisa, interessamo-nos pelas interações verbais realizadas entre os alunos e entre estes e o professor durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.

Buscando uma maior compreensão dos dados analisados nas gravações e na tentativa de compreender melhor o fenômeno, foi utilizada a entrevista dos participantes da pesquisa. De acordo com Fontana e Frey (1994), a entrevista é válida tanto como instrumento quanto como objeto, pois possibilita o acesso a informações não disponíveis por outros meios e permite o esclarecimento sobre o que é verbalizado, dando ao entrevistador condições de entender as visões do participante.

Os dados filmados foram brevemente analisados e em seguida discutidos com os participantes através de entrevistas semi-estruturadas, as quais, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), demandam ao pesquisador organizar um roteiro de pontos a ser abordado durante sua realização, aprofundando questões específicas, mudando a ordem dos pontos ou formulando questões não previstas inicialmente.

A análise dos dados foi inspirada em procedimentos da *Grounded Theory* (CHARMAZ, 2006), tendo como finalidade suscitar compreensões teóricas fundamentadas no inter-relacionamento do referencial teórico com os registros das evidências coletadas e norteadas pelo foco da investigação. Este processo de análise foi realizado em duas fases: na primeira, ocorreu a leitura linha por linha das transcrições da observação e das entrevistas e a codificação dos “focos” de produção das discussões técnicas; e, na segunda,

esses “focos” de produção foram reunidos em categorias mais gerais para discuti-las à luz da literatura.

Como mencionamos anteriormente, para este artigo, selecionamos um episódio que nos ofereceu subsídios para elaborar sobre o modo como as experiências prévias participam das discussões técnicas dos alunos no ambiente de modelagem.

Episódio: A lata de refrigerante

O episódio apresentado a seguir refere-se a um dia de aula no qual o professor discutiu com os alunos um dos problemas da indústria de bebida enlatada: a questão do gasto de alumínio para a produção de latas. Inicialmente, o professor apresentou e discutiu com toda a turma o tema a ser trabalhado. Após essa discussão inicial, ele convidou os alunos a se reunirem em grupos. Em seguida, distribuiu uma lata de refrigerante a cada grupo formado, propondo que os alunos produzissem um novo formato de lata, que otimizasse o gasto de alumínio na sua fabricação e que o mesmo pudesse ser comercializado.

Os alunos se reuniram em grupos e começaram a discutir acerca das informações necessárias para a realização da tarefa. Eles desenvolveram a atividade fazendo anotações com base nas discussões que realizavam entre eles e nos questionamentos levantados pelo professor nos espaços de interação. Após o desenvolvimento da atividade pelos grupos e conseqüentemente a elaboração de uma possível solução por eles, o professor solicitou que todos socializassem com os colegas o que tinham produzido. A aluna Kati foi escolhida pelo grupo para apresentar a solução desenvolvida por eles.

Os trechos abaixo mostram parte dos discursos produzidos pelos alunos enquanto eles socializaram suas conclusões acerca da otimização da lata com o restante da turma. A parte em sombreadas refere-se ao que reconhecemos como discussões técnicas.

- (1) Kati:** O nosso raciocínio no início foi igual ao das meninas [*Se referindo ao outro grupo de alunos que já haviam apresentado*].
- (2) Professor:** Hum hum.
- (3) Kati:** A gente... Porque eu cheguei a uma conclusão aqui, que eu não sei se está certo ou errado. É porque foi rápido, entendeu? [*risos*] Mas é o seguinte, a gente tentou calcular o volume da lata e a área, certo?
- (4) Professor:** Certo
- (5) Kati:** O volume, a gente fez como as meninas [*referindo ao grupo de alunos da apresentação anterior*]... Primeiro, a gente fez o volume do cilindro [*referindo-se a parte C da figura 1*]... Principal.
- (6) Paulo:** Principal.
- (7) Kati:** É o principal. Depois, a gente calculou o volume desse tronco do cone [*parte D da figura 1*]... e calculamos o volume desse pequeno tronco do cone [*parte B da figura 1*] e mais o volume desse calota [*parte E da figura 1*]... Aí... Não!...A gente... Isso também.

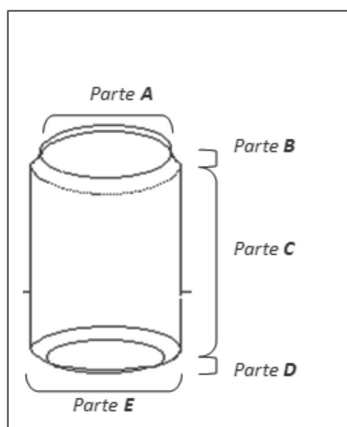


Figura 1



Figura 2

Vale ressaltar que a figura 1 é a reprodução do desenho feito pelos alunos durante a resolução do problema e foi dividida em partes para o melhor entendimento do leitor sobre as falas dos alunos. Enquanto que a figura 2 retrata a lata que foi entregue aos alunos no início da atividade.

Nesse trecho, é possível observar que as enunciações sombreadas indicam como o grupo interpretou em termos matemáticos a situação proposta pelo professor. Segundo Kati, o grupo optou em reduzir o fenômeno em termos do volume e da área da lata, seguindo a idéia de outros colegas de sala. As discussões da aluna mostram a estratégia de decompor a lata em sólidos geométricos já conhecidos (*cilindro, tronco de cone e calota*), com o objetivo de encontrar o volume total da lata em questão.

Na entrevista, Kati explicou o porquê recorreu a essa estratégia: “*O problema era... Ele (professor) deu a lata pra gente... Ele deu lata e disse: eu quero que vocês trabalhem com a lata. Eu quero que vocês vejam qual seria uma outra embalagem que seria mais lucrativa para o produtor... A primeira coisa que a gente fez foi separar as figuras geométricas conhecidas, aplicando o conhecimento que já tínhamos*”.

Mais adiante, o grupo calculou o volume de cada sólido, somou cada um deles e calculou o volume total da lata. No trecho a seguir, o grupo continuou a interpretar a situação através da relação entre as partes da lata com figuras geométricas que eles já conheciam.

(8) Kati: Daí, a gente considerou o seguinte... A quantidade de material é 350 cm^3 [*valor referente ao volume de líquido da lata*], só que tem essas variáveis de... pá [*Gíria da aluna referindo-se a quantidade de variáveis*] que tem que ter pra isso e pra aquilo outro. Então, a gente considerou o seguinte... Que qualquer outra lata que a gente tenha, o volume vai ter que esse 357,54... Só o que a gente quer é diminuir a quantidade de material, não é isso? A altura máxima...

(9) Professor: O valor de $357,54 \text{ cm}^3$ vai ter qualquer outra lata?

(10) Kati: Isso, que é o volume. Que vai caber o material e que ainda vai ter essa área de escape... Aquilo que tem essa variante que a gente não sabe pra que entra isso. Aí, a gente fez o seguinte:... Essa altura máxima aqui foi 12,3 a altura toda, incluindo tudo, né?... Essa base de baixo e essa base de cima deu 12,3.

(11) Professor: Exato.

No trecho anterior, nas falas (8) e (10), a aluna evidenciou que o grupo, ao identificar o problema a ser resolvido, considerou o volume da lata e da área de escape, pois os alunos notaram que o volume apresentado na embalagem (350 ml, ou seja, 350 cm^3) é inferior o volume encontrado por eles ($357,54 \text{ cm}^3$). Eles denominaram “área de escape” a diferença entre os volumes. Na entrevista, Kati explicou o porquê de se considerar essa “área de escape”: *“Depois que a gente achou essa área total a gente supôs o seguinte... Independente da forma que tenha nossa próxima lata, o volume vai ser o mesmo, porque a gente não sabe quais são as variáveis que estão levando essa lata a ter um volume maior que a quantidade de litro.”* Neste trecho da entrevista, percebemos que o grupo de alunos levou em consideração os dados que eles consideraram necessários para tentar explicar a situação.

(12) Kati: Então, o que foi que a gente fez: supondo uma altura maior...Aí, eu supondo 16 e imaginando que a minha lata seria um cilindro reto oco, o de vocês... Aí, eu vou ter um valor máximo pra o raio... A gente vai acha uma inequação, por que...Aí, a gente vai calcular a área e vai ter que ser menor do... A área que achei, que é de 269 cm [*área encontrada através dos cálculos realizados pelo grupo*].

(13) Professor: De modo que não ultrapasse o que já gastou nessa lata?

(14) Kati: Isso, eu calculei uma área e fiz uma inequação, na área dessa próxima... Eu supus a altura, não é isso? Que é 16. Só que aí, eu não sei quanto vai ser o raio da minha base... Aí, eu supus que essa inequação do 2º grau que eu vou achar? Será que foi menor que a área que eu achei antes, que foi de 269? E pelos meus cálculos aqui, o raio teria que ser menos do que 7,4. Aí, você gastaria menos, eu não sei quanto menos, mas você gastaria menos e teria o mesmo volume.

Nas falas (12) e (14), observamos que o grupo, ao considerar a lata um cilindro reto e oco, fez o uso de uma estratégia que abordava a variação da altura. Nesse momento, o grupo decidiu conjecturar um valor para a altura da lata, na tentativa de encontrar o valor do raio máximo da base, o que levou a gerarem uma inequação que limitasse esse raio do novo sólido. Neste trecho, as enunciações em destaque mostram como os alunos interpretam a situação matematicamente, utilizando-se de tópicos matemáticos nos instantes em que decidem supor uma altura e durante a resolução de uma inequação do 2º grau.

Durante a entrevista, Kati explicou que “*quando começamos a variar a altura da lata, eu percebi que o raio... ele acontecia em função da altura e a altura acontecia em função do raio... Aí, apresentava duas inequações*”. Nesse momento da entrevista, a aluna relata suas observações quando o grupo decidiu supor a altura, o que levou a encontrar as inequações do problema.

Seguindo a apresentação da atividade, Kati apresentou os valores encontrados pelo grupo com essa variação da altura. O professor percebeu que os resultados apresentados não correspondiam aos cálculos apresentados e fez questionamentos à aluna, levando-a a re-analisar os cálculos apresentados no quadro. Em seguida, o professor fez questionamentos propondo a validação dos dados apresentados pelo grupo, o que instigou vários alunos da turma a se envolverem na discussão sobre a construção do modelo proposto pelo grupo.

- (15) Professor:** Vou fazer uma simples comparação. Vamos pegar essa lata de 16, com esse tipo de altura, com esse raio máximo. Vamos calcular a área total e comparar com o que gasta de lata com esse aí.
- (16) Aluno⁶:** Oh gente, é o seguinte, quando as meninas tão falando em forma de um cilindro e considera essa parte [*referindo-se parte E da figura 1*],... Essa parte é importante, por que... Empresta outra lata [*Pedindo a lata a uma outra aluna da turma*]...
- (17) Aluno:** Por causa do encaixe.
- (18) Aluno:** Por causa do encaixe, senão tiver essa parte, vai ser difícil... [*mostrando com as latas, o encaixe da parte A com a parte E, representados na figura 1*].
- (19) Kati:** Mas, a lata de leite também... A lata de leite não, a lata de óleo...
- (20) Aluno:** Também encaixa... E é um...
- (21) Kati:** Mas, a borda da lata de óleo também, tem essa diferença. Essa diferença que faz encaixar...

Observamos, nas falas (16), (17) e (18), a preocupação do aluno em considerar o formato da calota, por razões práticas de armazenamento das latas, na tradução do problema. Segundo o mesmo, essa parte é importante por promover um encaixe entre duas latas. Logo após sua fala, os demais alunos sugerem outros exemplos de latas que possuem a região que permite encaixe, tentando, dessa forma, reforçar seu argumento.

Após a discussão, Kati relatou que o grupo, considerando a lata um cilindro oco, decidiu por utilizar as fórmulas de área total e volume de um cilindro, supondo uma altura de 16 cm, na tentativa de encontrar um raio e conseqüentemente uma nova área que reduzisse o gasto de material na

⁶ O aluno apresentado não faz parte do grupo observado.

fabricação. Após as resoluções algébricas na lousa, como mostra a figura 3, o grupo chegou à conclusão de que a lata, para otimizar o gasto de alumínio deveria ter uma altura de 16 cm e um raio de 2,67 cm. Dessa forma, esta nova lata teria o mesmo volume de 357 cm³ e uma área de 269,58 cm² (desconsiderando as áreas duas bases de 44,68 cm²).

Handwritten mathematical work on a board:

1) $A_{C_T} = 2\pi R^2 + 2\pi R h$ $A_T = 269,58 \text{ cm}^2$

$V = 357 \text{ cm}^3$ $\hookrightarrow A = 2\pi R^2 + 2\pi R \frac{357}{\pi R} = 357,54 \text{ cm}^2$

$V = \pi R^2 \cdot h$ $A = 2\pi R^2 + \frac{714}{R}$

2) $\frac{357}{\pi R^2} = h$ $V_C = A b \times h$

$\frac{357,54}{16} = A b$ $357,54 = A b \times 16$

$A b = 22,34$

Figura 3: Imagem referente aos cálculos realizados pelo grupo durante a resolução da situação-problema.

Este episódio ilustra como podem ser produzidas as discussões técnicas. Percebemos que os alunos, inicialmente, identificaram e relacionaram a atividade desenvolvida na sala de aula com conteúdos matemáticos conhecidos, porém, ao mesmo passo, com situações vivenciadas por eles no dia-a-dia para sustentar a escolha de determinadas variáveis (como no caso apresentado, o espaço do encaixe da lata - calota). A análise deste episódio oferece subsídios para refletirmos sobre o “como” as experiências prévias influenciam as discussões técnicas produzidas pelos alunos no ambiente de modelagem, o que discutiremos a seguir.

Discussão

O objetivo deste estudo foi compreender como as experiências prévias dos alunos influenciam na produção das discussões técnicas num ambiente de

modelagem. Como dito anteriormente, entendemos por estas discussões como aquelas referentes à tradução de um fenômeno eleito em termos matemáticos. Na primeira parte, observamos que o grupo relacionou a lata de refrigerante a figuras geométricas que eles já conheciam, portanto, com referência na matemática escolar. Essa estratégia é reforçada quando a aluna Kati, durante a entrevista, deixa claro que, nos momentos iniciais da atividade, o grupo fez o uso da estratégia de decomposição em figuras geométricas conhecidas. Provavelmente, isso ocorreu porque que essa atividade foi desenvolvida no contexto escolar, o qual guiou os alunos a utilizarem argumentos sustentados em procedimentos considerados legítimos na disciplina escolar intitulada Matemática (LERMAN, 2001). Ainda que a situação-problema tenha sido extraída de um contexto exterior, ao trazer para a sala de aula, ela passa ser entendido pelos alunos como uma tarefa escolar, razão pela qual os alunos mobilizam conteúdos matemáticos a que foram expostos anteriormente.

De certa forma, as situações-problema “reais” trazidas para abordagem dos alunos parecem ser estruturadas em termos de objetos da matemática escolar. Em outras palavras, fenômenos externos à matemática escolar parecem ser convertidos em partes da matemática escolar. Esta situação caracteriza o poder formatador da matemática, ou seja, os alunos utilizam objetos matemáticos do contexto escolar para criar representações de certa realidade (SKOVSMOSE, 1994). Tais representações acabem sendo estruturadas pelos objetos matemáticos utilizados. Como no exemplo analisado, uma lata passou a ser vista como uma composição de sólidos geométricos, o que dar uma natureza criativa ao que chamamos de “descrição”. Conforme Skovsmose (1994), o poder formatador da matemática também se revela no processo de representação de certo fenômeno.

Observamos que o grupo decidiu atribuir um valor para a altura, tentando encontrar um valor máximo para o raio. Isto levou os mesmos a gerarem uma inequação que permitisse encontrar o valor do raio de maneira que a área fosse menor que o valor encontrado da lata. Segundo o relato da própria aluna na entrevista, isso aconteceu pelo fato dos membros do grupo não conseguirem identificar quais as variáveis a serem consideradas para encontrar um volume maior da lata do que a medida de capacidade apresentada

na embalagem. Neste trecho, podemos notar que os alunos capturam no modelo matemático aquilo que é permitido pelos conteúdos matemáticos que foram mobilizados.

Ao mesmo passo, o grupo, recorrendo às suas experiências cotidianas, decidiu considerar determinados aspectos de conveniência para armazenamento, a questão do encaixe, (como a “formato da calota da lata”). Esta demanda não teve origem nos conteúdos escolares previamente estudados, mas de suas experiências exteriores à escola. Notemos, aqui, que os alunos introduziram um aspecto em suas discussões que não estava previsto nos conhecimentos escolares mobilizados para o ambiente. O episódio reforça o que apontam Araújo e Barbosa (2005): ao entrar na escola, o aluno considera os parâmetros da prática escolar, mas não deixa de considerar suas demais experiências. No caso analisado neste artigo, os alunos parecem ter tido que lidar com duas referências na tradução da situação-problema em termos matemáticos: a estrutura matemática e a adequação às circunstâncias sociais de uso da lata.

O uso das experiências escolares prévias parece ser um condicionante posto pelo contexto social em que tarefa é abordada. Os alunos reconhecem o espaço social em que estão tomando parte e há uma expectativa constituída historicamente para as ações que ali são consideradas legítimas (LERMAN, 2001). Parece-nos claro que a estratégia dos alunos em decompor a lata em sólidos geométricos pode ser explicada nestes termos. Entretanto, a natureza da situação-problema de modelagem possibilita, ao mesmo passo, a mobilização e legitimação de experiências externas para a situação social da sala de aula. Isto, porém, não pareceu alterar a estruturação matemática já realizada pelos alunos. Se assim fosse, por exemplo, parece-nos razoável que os alunos deveriam considerar os sulcos que, geralmente, as latas possuem, a fim de facilitar o encaixe. Entretanto, este aspecto não foi incorporado pelos alunos no modelo matemático, de modo que a estratégia de decomposição da lata em sólidos geométricos conhecidos foi mantida.

Assim, pela análise das discussões técnicas, vê-se que elas se constituem como, por assim dizer, um veículo das experiências escolares prévias. Através delas, os alunos estruturam a situação-problema em termos

de objetos matemáticos estudados na escola, mantendo, na abordagem, a perspectiva escolar. Podemos identificar possibilidades para integrar argumentos externos à escola, porém, ao que parecem, eles podem ser moldados à estruturação matemática considerada legítima pelos alunos na arena de sala de aula.

Considerações Finais

O propósito do estudo apresentado aqui foi compreender como as experiências prévias dos alunos influenciam a produção das discussões técnicas desenvolvidas num ambiente de modelagem. Para tal, tomamos, para análise, um episódio em que os alunos abordaram um problema exterior à sala de aula de matemática.

Buscando compreender o modo como os alunos traduzem a situação-problema em termos matemáticos, identificamos, na estratégia dos alunos, uma forte referência às suas experiências escolares de matemática, as quais serviram de parâmetro para estruturar o fenômeno. Este resultado é convergente com o entendimento de que as práticas humanas são prolongamentos dos contextos socioculturais onde se desenvolvem (LERMAN, 2001).

Apesar da situação-problema ter origem externa à sala de aula, ao ser trazida para abordagem na aula de matemática, ela parece passar por um processo de *escolarização*, no qual os próprios alunos foram agentes dele. Apesar de não ser nosso foco, também é possível identificarmos a ação do professor na transformação da situação-problema, à medida que submete a um propósito educacional, a um certo seqüenciamento e a padrão de comunicação. Dando conseqüência a esta análise, julgamos difícil compreender a prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática como um processo de “enculturação” à prática dos modeladores profissionais, tal como sustentado em Lamon (2001). Como Lerman (2000) e Cavalcanti e David (2005) argumentam, o espaço da sala de aula possui uma tal particularidade que merece uma análise em termos das práticas que ali são desenvolvidas.

Entretanto, isto não parece implicar em uma impermeabilidade das práticas escolares a outras. Como extraímos da análise acima, o ambiente de modelagem pode possibilitar a canalização de argumentos externos para a sala de aula com legitimidade, já que os alunos precisam lidar com as características da situação-problema em análise. Porém, ao que parece, tais argumentos podem ser incorporados ou não ao modelo matemático. Ou ainda, podemos pensar em diferentes graus de incorporação de tais argumentos. Se contrastarmos como isto ocorreu no episódio analisado neste artigo e aquele trazido por Araújo e Barbosa (2005), podemos notar diferenças na presença dos argumentos externos à sala de aula. Este último caso, por exemplo, eles foram utilizados para produzir uma situação fictícia, enquanto que, no segundo caso, foram mencionados, mas isto não se converteu em representação matemática. Disto decorre a necessidade de estudos futuros sobre os diferentes modos em que os argumentos externos à matemática escolar são utilizados no ambiente de modelagem matemática.

Do ponto de vista da prática pedagógica, este estudo chama a atenção do professor para a forma que os alunos produzem as discussões técnicas. Elas parecem oferecer os indícios de como os alunos lidam com argumentos escolares e aqueles externos à escola. Assim, o professor pode regular a presença deles, conforme o propósito que agenda para o ambiente. Os alunos podem ser desafiados a incorporar no modelo matemático características identificadas no fenômeno em estudo.

Agradecimentos

Agradecemos aos comentários da Prof. Dr^a. Lourdes Maria Werle de Almeida (UEL), do Prof. Dr. Jorge Costa Nascimento (UESB), da Prof. Dr^a. Maria Cristina M. Martins (UFBA) e do Prof. Dr. André Luis Mattedi Dias (UFBA) a versões prévias deste artigo. Além disto, agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) pelo financiamento oferecido ao projeto de pesquisa de onde se originou este artigo.

Referências

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método das ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1998. Parte II, cap. 6-7, p. 129 - 178.

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C. Face a face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam essa atividade? **BOLEMA**, Rio Claro, Ano 18, n. 23, p. 79 - 95, 2005.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht: Kluwer, 2002.

BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **BOLEMA**, Rio Claro, Ano 14, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006. V. único.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 9., 2007. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S.K. **Qualitative research in education: An introduction to theory and methods**. Boston, MA: Allyn and Bacon, 1994.

CAVALCANTI, P. M.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

CHARMAZ, K. **Constructing grounded theory:** a practical guide through qualitative analysis. London: Sage, 2006.

CHRISTENSEN, O. R.; SKOVSMOSE, O.; YASUKAWA, K. The mathematical state of the world - explorations into the characteristics of mathematical descriptions. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 1, n. 1, p. 77-90, 2008.

FERREIRA, A. B. H.. **Novo dicionário da língua portuguesa**. 3. ed. Curitiba: Positivo, 2004.

FIorentini, D. ; LORENZATO S. **Investigação em educação Matemática:** Percursos Teóricos e Metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FONTANA, A.; FREY, J. H. Interviewing: the art of science. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks: Sage, 1994. cap. 22, p. 361-376.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Eggenstein Leopoldshafen, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

LAMON, S. Enculturation in mathematical modelling. In: MATOS, J. F. et al. (Eds.) **Modelling and mathematics education: ICTMA9 – application in science and technology**. Chichester: Horwood Publishing, 2001. P. 335-342.

LERMAN, S. The social turn in mathematics education research. In: BOALER, J. (Ed.) **Multiple perspectives on mathematics teaching and learning**. Westport: Ablex Publishing, 2000. p. 19-44.

LERMAN, S. Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v.46, n.1-3, p.87-113, 2001.

OREY, D. C. ; ROSA, Milton . Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 16, n. 20, p. 1-16, 2003.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**; Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education.**

Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

Submetido em Abril de 2010

Aprovado em Setembro de 2010