



# Desenvolvimento do Pensamento Estatístico e sua Articulação com a Mobilização de Registros de Representação Semiótica

## Development of Statistical Thinking: an issue in elementary schools teacher's training

Cileda de Queiroz e Silva Coutinho\*

Maria José Ferreira da Silva\*\*

Saddo Ag Almouloud\*\*\*

### Resumo

O objetivo deste artigo é analisar as relações entre o uso de diversos registros de representação semiótica, no caso da Estatística, especificamente, o gráfico e o tabular, e o desenvolvimento do pensamento estatístico. Usou-se como referencial teórico as noções de registro de representação semiótica, mais especificamente as diferentes apreensões de uma figura, e de transnumeração. O trabalho que apresentamos é de cunho qualitativo, mais especificamente é um estudo de caso que tem por objetivo compreender o desenvolvimento do pensamento estatístico de dois sujeitos. A partir da análise dos protocolos, podemos inferir uma evolução no desenvolvimento do pensamento estatístico. No entanto, a articulação necessária entre os registros de representação semiótica, que deveria resultar em uma análise mais elaborada do problema, não foi observada.

**Palavras-chave:** Educação estatística. Pensamento Estatístico. Transnumeração. Registro de representação semiótica.

---

\* Doutor em Didática da Matemática, pela Université Joseph Fourier, França. Professora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Marquês de Paranaguá, 111, CEP: 01303-050. São Paulo, SP, Brasil. *E-mail:* cileda@pucsp.br

\*\* Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Marquês de Paranaguá, 111, CEP: 01303-050, São Paulo, SP, Brasil. *E-mail:* zeze@pucsp.br

\*\*\* Doutor em Didática da Matemática, pela Université de Rennes, França. Professor da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, SP, Brasil. Endereço para correspondência: rua Marquês de Paranaguá, 111, CEP: 01303-050, São Paulo, SP, Brasil. *E-mail:* saddoag@pucsp.br

## Abstract

This paper analyzes the relationships between the use of various records of semiotic representation in the case of Statistics, specifically graphs and tables, and the development of statistical thinking. Notions of records of semiotic representation were used as a theoretical framework, more specifically different understandings of a figure and of transnumeration. The work that we present is of a qualitative nature; more specifically, it is a case study aiming to understand the development of the statistical thinking of two subjects. Based on the analysis of the protocols, we can infer an evolution in their development of statistical thinking. However, the articulation necessary between the records of semiotic representations, which should result in a more detailed analysis of the problem, was not observed.

**Keywords:** Statistics education. Statistical thinking. Transnumeration. Record of semiotic representation.

## 1 Introdução

A pesquisa relatada neste artigo é parte de um projeto maior, em andamento. Neste texto, visamos estudar as relações entre o uso de diversos registros de representação semiótica, segundo os termos da Teoria das Representações Semióticas (DUVAL, 2003) e alguns elementos para o desenvolvimento do pensamento estatístico, particularmente a transnumeração.

Iniciando nossa exposição, esboçamos o contexto no qual o ensino da Estatística na Escola Básica vem sendo desenvolvido no Brasil, oficialmente desde 1997, a partir da divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1997, 1998). Dizemos *oficialmente*, pois em algumas Propostas Curriculares estaduais, esse conteúdo já era contemplado, segundo mostra Lopes (1998). Em contrapartida, os cursos de Licenciatura em Matemática dedicam uma carga horária muito pequena, em relação à carga horária total do curso, aos conteúdos ligados a esse tema, o que pode ser confirmado por Viali (2008) quando apresenta um estudo dos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Ainda nesse contexto, o guia do Programa Nacional do Livro Didático para as séries finais do Ensino Fundamental indica que os livros didáticos destinados à escola básica dedicam em torno de apenas 7% do total da coleção ao bloco de conteúdos chamado Tratamento da Informação (BRASIL, 2007), que aglutina a Estatística, a Probabilidade e a Combinatória. Para agravar esse panorama, a abordagem é, na grande maioria das obras, centrada em cálculos,

leituras de gráficos sem qualquer complexidade (simples leitura dos rótulos e/ou dos eixos), sem uma orientação para análise relacionada ao contexto em que os dados estão inseridos (FRIOLANI, 2007; SIMONE, 2008).

Considerando-se que a abordagem descrita acima não é suficiente para a construção de conhecimentos estatísticos pelos alunos; que os professores, hoje em exercício, (não apenas no Brasil) apresentam graves lacunas em sua formação estatística e, ainda, segundo Lajolo (1996), que o livro didático é fonte importante na formação continuada do professor, identifica-se um grave problema: como esses professores podem orientar seus alunos no desenvolvimento do pensamento estatístico?

Os conteúdos relacionados ao bloco Tratamento da Informação, que constituem saberes indicados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para os ciclos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), são temas que ainda não possuem pesquisas suficientes para a compreensão dos mecanismos utilizados na construção dos respectivos conceitos. Neste sentido, concordamos com Pfannkuch (2008, p.5), quando afirma que um desafio para os pesquisadores é “comunicar seus achados de forma a impactar o desenvolvimento da prática dos professores e a aprendizagem dos alunos”.

Concordando com Pfannkuch (2008), nosso projeto compreende a formação continuada de professores e o trabalho simultâneo com os respectivos alunos, no que diz respeito à construção de conceitos estatísticos elementares. A análise apresentada nesse artigo trata, principalmente, do uso simultâneo do histograma e do *box-plot* ou gráfico de caixas, construídos em um mesmo sistema de eixos, para favorecer a comparação e relacionamento das informações obtidas a partir da análise de cada um e do conjunto deles. Para essa análise, usamos os Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) e a transnumeração de Pfannkuch (2008).

A escolha para a utilização dessas representações gráficas, como foco para esta fase de nossa pesquisa, converge para os resultados de Arteaga et al. (2009) que, após uma síntese bastante completa de pesquisas envolvendo a interpretação e a construção de gráficos estatísticos, concluíram que:

apesar da importância dos gráficos estatísticos, a competência relacionada com a linguagem dos gráficos estatísticos não é alcançada na educação obrigatória, nem tampouco na preparação dos futuros professores de Educação Primária.

Uma possível explicação disto é que a simplicidade da linguagem gráfica é aparente, pois, até o mais simples dos gráficos pode ser considerado um modelo matemático. Ao

reduzir os dados, passando de casos individuais para valores de uma variável e suas respectivas frequências, introduz-se a distribuição de frequências, conceito complexo, que se refere ao agregado (população ou amostra) e não aos dados particulares. Por outro lado, um mesmo tipo de gráfico (por exemplo, um gráfico simples de barras) pode ser usado para representar diferentes objetos matemáticos, tais como frequências absolutas, relativas, porcentagens e frequências acumuladas, médias ou outros resumos estatísticos (ARTEAGA et al., 2009, p. 101)

Afirmam, ainda, que o trabalho de síntese feito atesta que a leitura e interpretação da linguagem gráfica é uma habilidade altamente complexa, que não se adquire espontaneamente, mas que, infelizmente, as pesquisas mostram que tal habilidade também não parece ter sido ainda alcançada com o ensino.

## **2 O contexto da pesquisa**

Ao longo dos dez anos de existência de nosso projeto de formação continuada (desenvolvido pelo grupo PEA-MAT), o número de professores que recebem a formação variou bastante, uma vez que estes dependem sempre da organização de seus horários de trabalho no início de cada ano letivo, já que os encontros semanais constituem uma atividade extra para eles.

Um estudo, abrangendo seis pesquisas recentemente concluídas por integrantes do grupo PEA-MAT, que tiveram como foco o diagnóstico de concepções e discursos docentes a respeito do ensino e da aprendizagem da Estatística, mostrou a dificuldade em ensinar tópicos relacionados a esse tema, particularmente quando se solicitava alguma análise de dados. Identificamos, também, uma atitude bastante favorável ao trabalho com a Estatística, de forma a analisar os dados conforme os contextos em que os problemas foram propostos, ao envolvimento do aluno desde a escolha de um tema a ser pesquisado até a coleta e organização desses dados.

Em 2006, os professores participantes de nosso grupo trabalharam com conteúdos de Estatística Descritiva, com o objetivo de despertar/diagnosticar a percepção/apreensão da variabilidade dos dados durante a pesquisa de Silva (2007); no final, os professores ainda se sentiam inseguros para o trabalho com estes conteúdos em suas salas de aula e solicitaram a retomada do assunto.

A partir desses resultados, o projeto PEA-ESTAT foi desenvolvido tendo como metodologia de trabalho a realização de oficinas com professores

voluntários, em exercício na Escola Básica, particularmente Ensino Fundamental II e Médio. As oficinas de formação tiveram início em fevereiro de 2008, pelos conteúdos relativos à Estatística Descritiva, mas segundo a filosofia da Análise Exploratória de Dados, com foco na percepção da variação dos dados.

Para a organização das oficinas, optamos por iniciar a formação pela atividade de caracterização do grupo, tal como proposta por Batanero (2001) e adaptada por Ponte, Brocado e Oliveira (2006), para que os professores pudessem vivenciar uma pesquisa e o tratamento de dados advindos dela. Com isso, objetivávamos facilitar a percepção da necessidade dos dados para responder à questão proposta: *Como descrever as principais características do grupo?* Preparado o questionário e levantados os dados, os professores começaram a tratá-los, utilizando tabelas e gráficos, ainda sem intervenção dos pesquisadores. Um primeiro impasse se deu em relação à identificação dos tipos de variáveis. Percebemos aqui uma dificuldade que perdurou todo o semestre: a confusão entre variáveis discretas e contínuas. Para alguns professores, essa compreensão era momentânea, pois passado alguns encontros, a dificuldade surgia novamente.

Terminou-se o semestre com a análise de diversos tipos de representação para um conjunto de dados, discutindo-se as vantagens do uso simultâneo de mais de uma representação para se levantar o maior número de informações possíveis sobre a variável observada. A cada conteúdo abordado, os professores trabalhavam no banco de dados construído a partir do questionário por eles elaborado.

O trabalho relatado neste texto se refere à análise de duas sessões dessas oficinas, que tiveram como foco a análise de um conjunto de dados, visando a percepção da variabilidade a partir da articulação dos diversos registros de representação semiótica e o conseqüente desenvolvimento do pensamento estatístico.

### **3 Fundamentos teóricos e metodológicos**

#### **3.1 Fundamentos teóricos**

A respeito da construção de conhecimentos, Duval (2003) aponta para a confrontação de três fenômenos: diversificação dos registros de representação semiótica, a diferenciação entre representante e representado e a coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica disponíveis. “A questão da coordenação dos registros e os fatores suscetíveis de favorecer esta coordenação aparecem então como questões centrais para as aprendizagens

intelectuais”. (DUVAL, 2009, p. 39). Para o autor, um registro de representação semiótica deve permitir o cumprimento de três atividades cognitivas:

Primeiramente, construir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como *uma representação de alguma coisa* em um sistema determinado. Em seguida, transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação as representações iniciais. Enfim, converter as representações produzidas em um sistema em representações de um outro sistema, de tal maneira, que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado. (DUVAL, 2009, p. 36-37).

Inferimos, então, que a atividade cognitiva requerida pela Estatística envolve a importância da variedade de representações semióticas tais como, tabelas, gráficos (barras, histograma, *box-plot* etc.) e diagramas (ramo-e-folhas etc.). Dessa forma, a compreensão da Estatística implica em transitar entre os diversos registros de representação semiótica envolvidos no processo de construção de conceitos estatísticos, seguindo, assim, os princípios da Análise Exploratória de Dados. Nesse sentido, Vieira (2008, p. 24), afirma que:

[...] em uma análise de um conjunto de dados, deve-se poder passar do banco de dados para uma distribuição em sua forma tabular ou em sua forma gráfica, e ainda para sua representação por meio de medidas-resumo. Assim, a resolução de problemas estatísticos passa não só pela transformação de um registro a outro, como também pelo uso simultâneo desses diversos registros para obtenção do maior número de informações, permitindo a análise crítica dos dados, segundo os princípios da Análise Exploratória de Dados.

Por outro lado, as pesquisas em Educação Estatística, particularmente, nos trabalhos de Pfannkuch (2008), indicam que o desenvolvimento do pensamento estatístico segue as seguintes etapas: transnumeração, desenvolvimento do raciocínio com modelos estatísticos e consideração da variação.

O trabalho com a transnumeração é uma ideia fundamental de um enfoque estatístico para a aprendizagem e consiste em formar e mudar representações de dados de aspectos de um sistema para chegar à melhor compreensão desse sistema. Segundo Wild e Pfannkuch:

A transnumeração perpassa todas as análises estatísticas de dados, ocorrendo cada vez que mudamos nossa maneira de observar os dados com a esperança que isto nos conduza a um novo significado. Poderíamos olhar mediante muitas representações gráficas para encontrar algumas realmente informativas. Poderíamos voltar a expressar os dados por meio das transformações e reclassificações buscando novas penetrações. Poderíamos tentar uma variedade de modelos estatísticos e, ao final do processo, a transnumeração atua outra vez quando descobrimos representações de dados que ajudam a conduzir nossas novas compreensões relativas ao sistema real de outras representações (WILD; PFANNKUCH, 1999, p. 5, tradução nossa).

Entendemos, então, como processo de transnumeração, o trabalho realizado ao se passar dos dados brutos para um registro tabular de distribuição de frequência e, deste, para registros gráficos tais como histograma e *box-plot*, na busca de significados no conjunto de dados analisado para a resolução do problema proposto. Assim, a articulação entre os diversos registros de representação semiótica é fundamental para a compreensão da estatística, tanto quanto a transnumeração, no sentido cunhado por Wild e Pfannkuch (1999) e retomado por Pfannkuch (2008).

Quanto ao desenvolvimento do raciocínio com modelos estatísticos, ocorre, particularmente, pela análise da forma, da dispersão e das medidas estatísticas, na busca da construção de uma linguagem própria.

Finalmente, a consideração da variação é realizada pela análise da forma (como no item anterior), dispersão e medidas, isto é, usam-se os mesmos objetos para identificar propriedades distintas tais como simetria e amplitude.

Evocando a construção do pensamento estatístico, Shaughnessy (2006, p. 78) o compara com a construção do pensamento matemático, afirmando que o primeiro: “difere basicamente do que pode ser esperado em uma lista de características típicas do pensamento matemático, tais como, busca de padrões, abstração, generalização, especialização, geração e aplicação de algoritmos, entre outros”.

Vimos, então, que é necessário para o desenvolvimento do pensamento estatístico que o sujeito transite pelos diversos registros de representações e, para explicar esse movimento, buscamos em Duval (1994) a noção de apreensão de uma figura geométrica. Como, para esse autor, existem quatro formas de apreender uma figura, de forma análoga as identificamos em termos da apreensão de um gráfico ou tabela estatística.

Desse modo, como no caso da Geometria, admitimos quatro formas de apreender uma figura no contexto da estatística: a perceptiva, a discursiva, a sequencial e a operatória. A apreensão perceptiva refere-se à interpretação das formas da figura no contexto de resolução de problemas que envolvem a análise de dados estatísticos. A apreensão discursiva é imprescindível na explicitação de propriedades matemáticas. Em Geometria ela “é a interpretação dos elementos da figura, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedade do objeto.” (ALMOULOU, 2007, p. 127). Já em Estatística entendemos que, de acordo com Vieira (2008, p. 34):

podemos estabelecer como exemplo que a apreensão discursiva de um gráfico Box-Plot seria a explicitação das propriedades do gráfico, obtidas através do estudo da variação dos dados. Por exemplo, pela visualização de um Box-plot, podemos identificar algumas propriedades, localizando as medidas pela posição que ela ocupa.

A apreensão sequencial de uma figura, em Geometria, é “solicitada nas tarefas de descrição com o objetivo de reproduzir uma figura”. (ALMOULOU, 2007, p. 127). Em Estatística, Vieira (2008, p. 35) afirma que:

a apreensão sequencial de um gráfico de colunas seria a sequência de passos para a construção do gráfico Box-plot, ou seja, a passagem do gráfico de colunas para um polígono de frequência acumulada, e depois para o Box-plot, pela determinação algébrica da mediana e dos quartis.

A apreensão operatória, em Geometria, “está centrada nas modificações possíveis de uma figura e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem”, sua função é de exploração heurística. (ALMOULOU, 2007, p.127). Segundo Vieira (2008, p. 37), “em estatística, podemos estabelecer como exemplo de apreensão operatória, a passagem de um histograma para um polígono de frequências acumuladas”.

Assim, nossa análise articulará as diferentes apreensões de uma figura (gráficos) e o trabalho com a transnumeração.

### **3.2 Fundamentos metodológicos**

O projeto maior, do qual apresentamos o recorte neste texto, trata da construção, análise e experimentação das situações de formação, tanto de



professores do Ensino Fundamental, como de seus respectivos alunos, e segue os princípios da Engenharia Didática e da Teoria das Situações Didáticas.

O trabalho apresentado nas oficinas referidas neste recorte foi desenvolvido em um grupo colaborativo. Dessa forma, temos a preocupação de trabalhar com professores e pensamos que não se faz a formação de um docente como um mero treinamento individual, mas, sim, com o desenvolvimento da comunicação e da expressão dos diversos membros do grupo. A reflexão gerada nesse processo possui uma representação social que se vincula com outras realidades educativo-sociais, devido às diferenças entre os membros, para construir redes de intercâmbio e de transformação, de acordo com Comuzzi (2002).

Buscamos, assim, organizar as tarefas a serem desenvolvidas pelos professores participantes do projeto, enfatizando os vários olhares sobre um mesmo objeto, os debates de forma a incrementar sua percepção da variabilidade dos dados e de sua importância, assim como as habilidades necessárias para o tratamento e análise dos dados, visando tomada de decisão. De acordo com Watson (2006), o desenvolvimento de conceitos estatísticos importantes depende da estrutura das questões propostas, que deve permitir diversos níveis de sucesso, de tal forma que o sujeito aprendiz perceba sua evolução.

Por tratar-se de pesquisa de cunho qualitativo, no âmbito de um Estudo de caso, para análise dos dados nos apoiamos nesta metodologia que, segundo Yin (2005, p. 32-33):

[...] investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos e [...] enfrenta uma situação tecnicamente única em que haverá muito mais variáveis de interesse do que de pontos de dados e, como resultado baseia-se em várias fontes de evidências, com os dados precisando convergir em formato de triângulo e, como outro resultado, beneficia-se do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para conduzir a coleta e a análise de dados.

### **3.2.1 Os professores participantes**

Em 2008, o grupo era constituído por 14 professores da Escola Básica, voluntários, integrados sem qualquer tipo de seleção, uma vez que o objetivo do projeto não comportava esse tipo de procedimento para o engajamento dos

participantes. Destes professores, sete eram do gênero masculino e sete do gênero feminino. Quanto às idades, metade do grupo tem mais de 41 anos, e quanto ao tempo de magistério, oito deles encontram-se na faixa de sete a dezoito anos. Essas características podem explicar/justificar algumas resistências às mudanças e dificuldades na superação de obstáculos encontradas ao longo da formação. Entendemos obstáculo, aqui, não como a ausência de conhecimento, mas como conhecimento mobilizado fora de seu domínio de validade, o que provoca um entrave na construção de novos conhecimentos.

Os dois sujeitos de nossa observação, aos quais chamaremos de Leo e Ana, são participantes do grupo há três anos, já tendo participado, portanto, de formações que abordavam outros temas da matemática curricular da Escola Básica, tais como Frações, Funções, Demonstração, Equações e Inequações, que foram objetos de estudo em pesquisas desenvolvidas pelo grupo PEA-MAT. São professores do Ensino Fundamental II, na rede estadual de ensino, sendo que Leo tem menos de 41 anos e menos de 18 anos de magistério; enquanto, Ana, mais do que 41 anos e mais do que 18 anos de magistério. A formação da dupla foi espontânea, uma vez que não procuramos interferir na organização dos participantes para o desenvolvimento das atividades.

#### **4 A análise**

A partir da constatação de certo avanço na construção e mobilização do pensamento estatístico, após as oficinas desenvolvidas durante o primeiro semestre de 2008, este texto tem como objetivo, como já foi destacado, estudar as relações entre o uso de diversos registros de representação semiótica (representação tabular, histograma, representação numérica de medidas separatrizes e *Box-plot*), segundo os termos da Teoria das Representações Semióticas (DUVAL, 2003) e alguns elementos para o desenvolvimento do pensamento estatístico, particularmente, a transnumeração.

Apresentamos a análise de diálogos e produções recolhidas nas oficinas, particularmente, as realizadas em 18 e 25 de setembro de 2008, nas quais os professores deveriam mobilizar conhecimentos construídos nos encontros anteriores, tais como variável estatística, distribuição, distribuição de frequências, medidas-resumo. Tais conhecimentos foram trabalhados a partir de atividade experimental (adaptação daquela proposta por Ponte, Brocado e Oliveira (2006), descrita anteriormente, no item construção do projeto), para a qual o grupo construiu seu próprio banco de dados, conforme recomendam os resultados de diversas pesquisas na área da Educação Estatística.

Devido às dificuldades observadas no grupo de professores participantes, quanto à mobilização de determinados registros de representação semiótica, de acordo com a grandeza associada à variável estatística em jogo, foi proposta uma atividade com dados fictícios. Solicitou-se, então, aos professores, que analisassem um banco de dados construído a partir de um questionamento a respeito das dimensões adequadas para o mobiliário de um refeitório escolar, em que uma das variáveis consideradas era a altura dos alunos que frequentariam esse refeitório.

O problema proposto foi o seguinte: *A partir da análise das alturas dos 140 alunos (foi dado o rol) que deverão frequentar o novo refeitório que será construído na escola X, determinar as medidas características a serem utilizadas para a confecção do mobiliário pela equipe de marcenaria da escola.*

Solicitou-se aos professores que elaborassem um relatório para o projetista do mobiliário, a partir da análise da variação das alturas dos alunos, com uso da articulação entre as representações: tabela de distribuição de frequências, histograma e *Box-plot*.

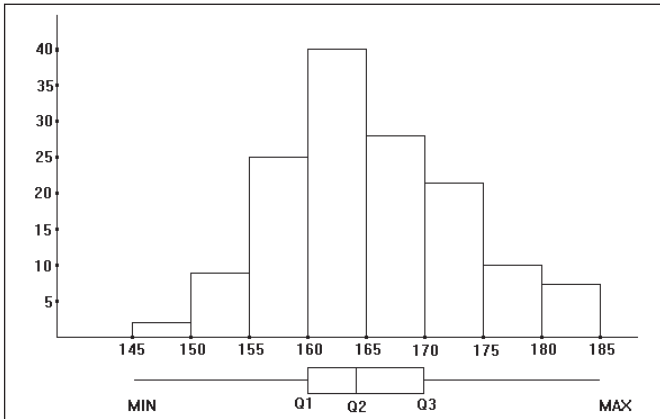
Após discussão sobre o tipo de variável e a melhor representação para os valores observados, decidiu-se pela organização de uma tabela de distribuição de frequências, reproduzida na Tabela 1.

**Tabela 1** - Distribuição das alturas dos 140 alunos da escola X

Alturas (cm)	Número de alunos
[145, 150[	2
[150, 155[	8
[155, 160[	25
[160, 165[	40
[165, 170[	27
[170, 175[	21
[175, 180[	10
[180, 185[	7
<b>Total</b>	<b>140</b>

Pudemos observar muita dificuldade para o desenvolvimento da análise solicitada para a elaboração do relatório de forma autônoma, necessitando várias intervenções dos pesquisadores para que avançassem na resolução do problema. Uma vez construída a distribuição de frequências, com organização dos dados em classes, os professores construíram adequadamente o histograma e o *Box-plot*, conforme ilustra a Figura 1, que reproduz o desenho construído pelos professores Léo e Ana em seus respectivos cadernos, e que foi anotado por

uma das observadoras colaboradoras do grupo de pesquisa. Observe-se o fato de estes dois professores nunca terem abordado, em cursos anteriores (incluindo a graduação), as medidas separatrizes; portanto, esse era um tema completamente novo para eles, e, por isso, optamos por não solicitar seus cadernos para digitalização, para que não se sentissem avaliados ou constrangidos.



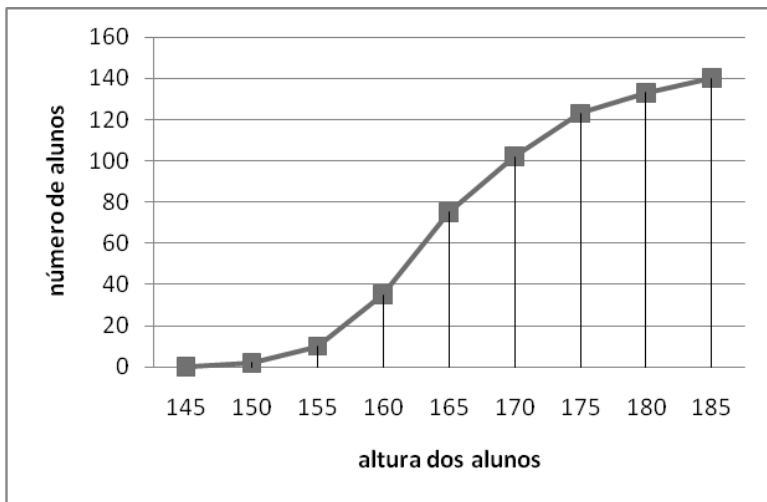
**Figura 1** - Distribuição das alturas (em cm), construída pelos professores no encontro do dia 18/09/2008

Destacamos, aqui, que a determinação dos quartis não foi problemática para os professores participantes, sendo que, entre os grupos observados, várias estratégias foram indicadas. Leo e Ana utilizaram a interpolação para a determinação dos valores que procuravam para a construção do *Box-plot*, tal como havia sido discutido no encontro da semana anterior.

A construção das duas representações gráficas, a partir da tabela de distribuição de frequências e dos valores calculados para os quartis, configura o desenvolvimento do processo de transnumeração, nos termos de Pfannkuch (2008), que inclui, nesse caso, não apenas a mudança de registro para busca de novas informações sobre os dados (registro tabular para registro gráfico), mas, também, uma recategorização dos dados por sua reorganização em função dos quartis (representação gráfica dos intervalos obtidos:  $\text{mín} \leq x_i \leq Q_1$ ;  $Q_1 \leq x_i \leq \text{Md}$ ;  $\text{Md} \leq x_i \leq Q_3$  e finalmente  $Q_3 \leq x_i \leq \text{Máx}$ ).

Nos termos da Teoria de Registros de Representação Semiótica, identificamos uma conversão congruente (tabela para histograma), que exige do aluno um nível de apreensão operatória do conjunto formado pela tabela e o gráfico. No entanto, a construção do *Box-plot* implica na mudança de conteúdos da representação, nos termos de Vieira (2008) – da distribuição de frequências

para medidas separatrizes – consistindo, assim, na construção de um novo registro de representação semiótica e a consequente conversão: do registro numérico em que a determinação dos quartis foi feita, para o registro gráfico, que é a construção do *Box-plot* na mesma escala utilizada no eixo horizontal do histograma, visando a comparabilidade das representações. Observe-se que é possível a determinação dos quartis graficamente, pelo uso de uma ogiva crescente, tal como na Figura 2, o que demandaria uma apreensão sequencial, conforme Vieira (2008), já apresentado em nosso referencial teórico.



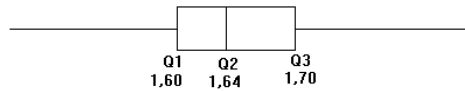
**Figura 2 - Ogiva Crescente**

Apenas uma dupla utilizou esse procedimento, envolvendo a construção da Ogiva Crescente. Os demais professores utilizaram a interpolação para determinação dos quartis (forma discutida na oficina anterior) para posterior construção do histograma e do *Box-plot*. A leitura dos diferentes registros para a obtenção de informações sobre o conjunto das alturas dos alunos é ilustrada pelo diálogo entre Léo e Ana, que termina pela seguinte redação no caderno de Léo: *Necessitamos de móveis (mesas e cadeiras) para um refeitório com uma área de 111m<sup>2</sup> com 44m de lados distribuídos conforme o croqui acima<sup>1</sup>. Os móveis serão usados por 140 pessoas com alturas variadas entre 145 cm e 185 cm; conforme tabela anexa com as respectivas alturas e quantidades das respectivas pessoas.*

<sup>1</sup> Léo faz referência a um esboço feito em seu caderno, representando o refeitório.

Observa-se que Léo percebe a necessidade de considerar a variação das alturas para o planejamento do mobiliário, e usa corretamente essa informação, que pode ser extraída tanto da tabela de distribuição de frequências, como do histograma ou do *Box-plot*, para fazer a encomenda ao arquiteto responsável pelo projeto (conforme o contexto do problema proposto para o grupo). Segue-se, então, um trecho do relato da observadora responsável pelas anotações relativas às atividades de Léo e Ana, no encontro do dia 25/09/2008:

Ana interpreta o *Box-plot*: pelo menos 25% das pessoas têm de 1,45m a 1,60m; pelo menos 50% das pessoas têm de 1,45m a 1,64m. Na sequência, aponta a região do gráfico entre  $Q_1$  e  $Q_2$  e diz: ‘aonde é menos tem mais’.



Ela afirma que a ênfase do relatório deve ser dada na parte que a maior concentração está de 1,60 a 1,64. Léo acha que o gráfico poderia ser enviado para o marceneiro.

Ana pergunta para uma das formadoras se no menor pedaço há mais gente, e esta explica que 25% das pessoas estão nesse pedaço, apontando para a região do *Box-plot* entre  $Q_1$  e  $Q_2$  e explica que 25% das alturas estão entre 1,60 m e 1,64 m. A formadora aponta para a região entre  $Q_2$  e  $Q_3$  e diz que também há 25% das pessoas, mas com altura de 1,64 m a 1,70 m. (Relato da observadora)

Após um pequeno debate coletivo, a respeito do problema, Ana afirma que nunca havia pensado que, para projetar uma cadeira para um refeitório, seriam necessárias medidas de várias partes do corpo (foi discutida a importância de se conhecer as medidas necessárias para a construção das cadeiras e determinação da altura das mesas), mas, na atividade, continuam tratando os dados relativos apenas às alturas dos alunos, embora concordem com a necessidade de completar o banco de dados com outras medidas antropométricas. O debate entre Ana e Léo, na sequência da atividade, visando a redação do relatório para o projetista do mobiliário solicitado no enunciado do problema, é relatado da seguinte maneira pela observadora colaboradora do projeto:

Ana acha que no relatório solicitado pelos pesquisadores (formadores nas oficinas) deve ser dito que pelo menos 25% das pessoas têm entre 1,60m e 1,64m e acrescenta que deverão fazer o relato quartil por quartil: pelo menos 25%

das pessoas medem de 1,45 a 1,60; pelo menos 25% das pessoas medem de 1,60 a 1,64; pelo menos 25% das pessoas medem de 1,64 a 1,70; pelo menos 25% das pessoas medem de 1,70 a 1,85.

Léo pergunta se qualquer pessoa entenderia as porcentagens dadas e Ana diz que eles podem escrever o número de pessoas de cada quartil, que as mesmas conclusões podem ser feitas trocando-se 25% por 35 pessoas (o total de elementos do banco de dados era 140, ou seja, o problema proposto explicitava que o refeitório seria frequentado por 140 alunos). Ana explica a Léo que a tarefa deles é transformar os dados em informação. (Relato da observadora).

Observa-se que esses dois professores usam os valores dos quartis, representados no *Box-plot*, para interpretar a variação dos dados, embora no encontro anterior tivessem associado esse gráfico a um histograma, tal como ilustra a Figura 1. Ou seja, os professores Ana e Léo não consideram as informações sobre a forma da distribuição, sobre a amplitude total e sobre a concentração dos dados, que podem ser obtidas pela simples análise do histograma por meio de uma apreensão perceptiva do gráfico (leitura dos eixos e da forma do histograma). Assim, apesar de corretamente construída a representação, combinando os dois tipos de gráficos, ambos os professores observados não mobilizaram sequer esse tipo de apreensão, que é a mais simples entre as enunciadas por Duval (1994).

Embora cumpram as etapas do processo de transnumeração e, em alguns momentos, perceba-se a apreensão perceptiva, a apreensão discursiva e, em outros, a sequencial, os professores participantes não avançam no sentido de articular as quatro apreensões para uma análise mais consistente do problema.

## 5 Conclusão e perspectivas

Como afirmamos no início, o objetivo deste trabalho foi estudar as relações entre o uso de diversos registros de representação semiótica, segundo os termos da Teoria das Representações Semióticas (DUVAL, 2003) e alguns elementos para o desenvolvimento do pensamento estatístico, particularmente a transnumeração. O conteúdo estatístico abordado foi a variabilidade identificada a partir da análise da amplitude total, da forma da distribuição (análise do histograma) e das medidas separatrizes (análise do *Box-plot*).

A partir da análise dos protocolos levantados, podemos inferir uma evolução no desenvolvimento do pensamento estatístico, uma vez que os professores construíram diversas representações para um mesmo conjunto de dados. Pudemos observar elementos de apreensão discursiva e de apreensão perceptiva, nos termos de Vieira (2008). No entanto, a articulação necessária entre esses registros, que resultaria em uma análise mais elaborada do problema, não foi observada. Identificamos, assim, alguns elementos do processo de transnumeração, nos termos definidos por Wild e Pfannkuch (1999) e retomado por Pfannkuch (2008), por meio da construção das diferentes representações feitas pelos professores, que visavam retirar informações para a análise do conjunto de dados apresentado (conjunto das alturas dos alunos).

Quanto à metodologia empregada nas oficinas, que buscava incentivar a autonomia dos participantes, percebe-se que enquanto um dos professores acredita que *é necessário alguém ensinando para que aprenda e o incomodam questões abertas porque põe à prova seus pensamentos*; outra professora mostra ter mais autonomia e consciência das limitações de seus conhecimentos. Em outro momento, essa mesma professora se admira, lembrando quantas vezes pediu para um aluno calcular a média, sem saber por quê. Afirma, agora, perceber que não fazia uma análise de dados porque não era apresentada uma pergunta a ser respondida, referindo-se ao enunciado do problema proposto: os dados foram vistos como uma necessidade para responder a esse problema. Um terceiro professor participante da oficina complementa, dizendo que trabalhava com seus alunos com o objetivo de fazer cálculo, também sem se preocupar em responder qualquer questão.

As discussões nos mostraram que os professores ainda não conseguem articular adequadamente as diversas representações para a redação de um texto com a análise solicitada, o que nos leva a inferir que apenas o trabalho com tabelas e gráficos, mesmo que partindo da formulação da questão, coleta e organização dos dados, não é suficiente para provocar a evolução no desenvolvimento do pensamento estatístico. No entanto, ao abordarem-se algumas medidas (no caso, as medidas separatrizes e a amplitude total), observou-se certa evolução em relação ao estado inicial diagnosticado, conforme mostra o relatório da observadora. Do ponto de vista do letramento, podemos dizer que o diálogo entre os professores Ana e Léo indica que eles evoluíram do nível cultural (básico) para o nível funcional que exige do sujeito conversar, ler e escrever informações, utilizando termos científicos coerentes, podendo mesmo



usar termos não técnicos, mas sempre dentro de um contexto significativo. No entanto, não atingiram o nível científico que se refere à mobilização de esquemas conceituais ou teorias aliadas à compreensão de processos científicos e investigativos mobilizados na resolução de problemas, nos termos de Shamos (1995 apud GAL, 2002). Para esse autor, um sujeito está no nível cultural quando a mobilização de seus conhecimentos estatísticos limita-se ao uso de termos básicos, naturalmente utilizados na mídia para comunicação de temas científicos. Já o nível funcional exige alguma substância a mais nessa mobilização de conhecimentos, pois além do uso de termos usuais, o sujeito deve também ser capaz de conversar, ler e escrever de forma coerente, podendo mesmo usar termos não técnicos, mas sempre dentro de um contexto significativo. Finalmente, o nível científico, o mais elevado, exige do sujeito uma compreensão global do procedimento científico, de forma integrada com a compreensão dos processos científicos e investigativos.

Para futuras pesquisas, levantamos a seguinte questão: que contribuições ao desenvolvimento do letramento, pensamento e raciocínio estatístico podem ser trazidas pela efetiva articulação entre os elementos da transnumeração e demais elementos levantados Pfannkuch (2008) com o desenvolvimento dos tipos de apreensão de uma figura geométrica (DUVAL, 1994) exigidos para o trabalho com os registros de representação tabular, gráfica e figural – diagrama de setores?

## **Referências**

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora da UFPR, 2007.

ARTEAGA, P.; et. al. El lenguaje de los gráficos estadísticos. **UNION: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 18, p. 93-104, jun, 2009. Disponível em: <[http://www.fisem.org/web/union/revistas/18/Union\\_018\\_012.pdf](http://www.fisem.org/web/union/revistas/18/Union_018_012.pdf)>. Acesso em: 30 mar 2010.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais 3: Matemática** (1ª a 4ª séries). Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais 3: Matemática** (5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008**. Brasília: MEC, 2007. Disponível em: <[ftp://ftp.fnde.gov.br/web/livro\\_didatico/guias\\_pnld\\_2008\\_matematica.pdf](ftp://ftp.fnde.gov.br/web/livro_didatico/guias_pnld_2008_matematica.pdf)>. Acesso em: 30 mar. 2010.

COMUZZI, I. Tecnologías de la comunicación en la formación docente. **Comunicar**, Revista científica de Comunicación y Educación, Huelva, n. 19, p. 152-155, oct. 2002. Disponível em: <<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/158/15801925.pdf>>. Acesso em: 30 mar. 2010.

DUVAL, R. Les différents fonctionnements possibles d'une figure dans une démarche géométrique. **Repères**, Grenoble, n.17, p. 121-138, oct. 1994. Disponível em <[http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/17\\_article\\_119.pdf](http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/17_article_119.pdf)>. Acesso em: 30 mar. 2010.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão da matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano** – registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de L.F. Levy; M. R. Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. (fascículo 1).

FRIOLANI, L. C. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. 2007, 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/pos/edmat>>. Acesso em 30 mar. 2010.

GAL, I. Adults' Statistical literacy: Meanings, Components, Responsibilities. **International Statistical Review**, Oxford, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

LAJOLO, M. Livro Didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**, Brasília, v.69, n.26, p.3-7, 1996. Disponível em: <<http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/issue/view/76>>. Acesso em: 30 mar. 2010.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. 1998, 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000133638&fd=y>>. Acesso em: 30 mar. 2010.

PFANNKUCH, M. Training teachers to develop statistical thinkin. In: JOINT ICMI/ IASE STUDY: TEACHING STATISTICS IN SCHOOL MATHEMATICS. CHALLENGES FOR TEACHING AND TEACHER EDUCATION, 18th, 2008.

**Proceedings...**, 2008. (BATANERO, C.; BURRIL, G.; READING C.; ROSSMAN, A. (Eds)). Disponível em: <[http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/)>. Acesso em: 22 out. 2008.

PONTE, P. J.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SHAUGHNESSY, J. M. Research on Students' Understanding of Some Big Concepts in Statistics. In BURRILL, G. F. (Ed.). **Thinking and reasoning with data and chance**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 2006. p. 67-97.

SILVA, C. B. **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação**: um estudo com professores de Matemática. 2007, 355 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/pos/edmat>>. Acesso em: 30 mar. 2010.

SIMONE N, F. **Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. 2008, 162 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) - Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <[www.pucsp.br/pos/edmat](http://www.pucsp.br/pos/edmat)>. Acesso em 10 dez. 2008.

VIALI, L. O Ensino de Estatística e Probabilidade nos Cursos de Licenciatura em Matemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 18., 2008, Estância de São Pedro, SP. **Anais...** São Paulo: ABE, 2008. CD-ROM.

VIEIRA, M. **Análise Exploratória de Dados**: uma abordagem com alunos do Ensino Médio. 2008, 186 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/pos/edmat>>. Acesso em: 30 mar. 2010.

WATSON, J. Assessing the development of important concepts in statistics and probability. In: BURRILL, G. F. (Ed.). **Thinking and reasoning with data and chance**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 2006. p. 61-75.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Auckland, v. 6, p. 223–265, 1999.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Tradução de Daniel Grassi. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

**Submetido em Junho de 2010.**  
**Aprovado em Outubro de 2010.**