

CORRELAÇÃO ESPACIAL ENTRE A ALTITUDE E AS PRECIPITAÇÕES PLUVIOMÉTRICAS NO ESTADO DE SÃO PAULO

Marcio Colombo FENILLE ¹ & Márcio CARDIM ²

(1) Doutorando em Matemática, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo (USP). Avenida do Trabalhador São-Carlense, 400 – Centro. CEP 13560-970. São Carlos, SP. Endereço eletrônico: fenille@icmc.usp.br.
(2) Departamento de Matemática, Estatística e Computação, Faculdade de Ciências e Tecnologia UNESP/Campus de Presidente Prudente. Rua Roberto Simonsen, 305. CEP 19060-900. Presidente Prudente, SP. Endereço eletrônico: cardim@fct.unesp.br.

Introdução
Ferramentas Fundamentais
Materiais e Métodos
Resultados e Discussões
Conclusão
Agradecimentos
Referências Bibliográficas

RESUMO – A ocorrência de precipitação é um dos fenômenos de maior importância na determinação do clima e, como a maioria dos demais fenômenos climáticos, apresenta uma variabilidade espacial contínua que pode ser detectada através de métodos geoestatísticos especiais. Conhecida a grande influência do relevo topográfico no clima específico de cada região, é de se esperar que esta variável apresente correlações espaciais com a ocorrência de precipitações, e que o determinismo desta correlação possa de alguma maneira auxiliar na elaboração de conclusões mais precisas que envolvam estes fenômenos. Neste trabalho analisou-se rigorosamente a variabilidade espacial da altitude e das precipitações pluviométricas, além da correlação existente entre estas variáveis. Concluiu-se que estas variáveis apresentam forte dependência espacial e estão diretamente correlacionadas. O mapeamento da ocorrência de ambos os fenômenos foi realizado também através de métodos geoestatísticos, baseando-se nas informações acerca da variabilidade espacial de cada um.

Palavras-chave: Altitude, precipitação pluviométrica, semivariograma, semivariograma cruzado, cokrigagem.

ABSTRACT – *M.C. Fenille & M. Cardim - Spatial correlation between altitude and pluviometric precipitations on the São Paulo State.* The rain occurrence is one of the most important phenomena to determinate the climate and, as most of the other climatic phenomena, shows a continuous spatial variability that can be detected through special geostatistical methods. Besides the great influence of the topographic relief on the specific climate of each region, it is normal to expect spatial correlations of this variable with the precipitations; the determinism of this correlation may help to elaborate more precise conclusions involving these phenomena. In this paper, the spatial variability of altitude and of the pluviometric precipitations was rigorously analyzed, besides the existing correlation between these variables. It was concluded that these variables show strong spatial dependence and they are directly correlated. The mapping of the occurrence of both the phenomena was done by geostatistical methods based on the information concerning the spatial variability of each one.

Keywords: Altitude, pluviometric precipitation, semivariogram, cross semivariogram, cokriging.

INTRODUÇÃO

Freqüentemente, muitos fenômenos naturais ocorrem de forma correlacionada à ocorrência de outros, apresentando uma dependência espacial contínua. Qualquer amostra retirada de algum ponto no espaço ou no tempo deve ser considerada como parte de uma função contínua, e são pontos discretos desta função. Assim, dependendo da densidade de amostragem, duas ou mais amostras podem estar correlacionadas apresentando uma dependência espacial contínua que pode ser analisada por métodos geoestatísticos. Estas propriedades estão, em geral, presentes e suficientemente bem definidas nos fenômenos climáticos de maior influência na determinação do clima e de maior interesse agrícola.

A ocorrência de precipitações, segundo Cardim (2001), consta no rol das mais determinantes variáveis climáticas, mas acaba, muitas vezes, analisada por processos estatísticos pouco seguros que não consideram sua variabilidade espacial, tampouco sua correlação com outros fenômenos. Embora se conheça a forte influência do relevo topográfico na determinação do clima, um estudo mais aprofundado de sua real correlação com outros fenômenos exige a utilização de ferramentas geoestatísticas ainda pouco utilizadas.

Para Vieira et al. (1994), o conhecimento das precipitações pluviais intensas é de grande importância para a engenharia agrônômica e civil, podendo evitar

grandes prejuízos para a agricultura e a construção civil. As estimativas da distribuição espacial da precipitação sobre uma determinada região são importantíssimas para o bom planejamento de aplicações de processos hidrológicos e manejo de recursos naturais na agricultura, segundo Philips et al. (1992), que afirma também que o relevo topográfico tem grande efeito sobre as precipitações, ocorrendo aumento da intensidade destas últimas com a altitude. Neste sentido, faz-se necessário o incremento de estações meteorológicas para melhor analisar o comportamento das precipitações nestes locais. Alguns trabalhos, como os de Seto et al. (2000), Finkelstein (1984), Goovaerts (1999, 2000), Holawe & Dutter (1999) e Nalder & Wein (1998) abordam aspectos relacionados à varia-

bilidade espacial de chuvas correlacionadas com a altitude da região. Reichardt (1984) e Vieira et al. (1983) mostram resultados na aplicação da geoestatística, estabelecendo os semivariogramas, covariogramas, autocorrelogramas e correlograma cruzado para identificar a dependência entre duas amostras.

Neste trabalho analisou-se tanto a dependência espacial da altitude e das precipitações pluviométricas do estado de São Paulo, como também a correlação espacial implícita na ocorrência destes dois fenômenos, utilizando para tanto dos semivariogramas de cada variável separadamente e, mais tarde, do semivariograma do cruzamento de ambas as variáveis.

A próxima seção apresenta as ferramentas geoestatísticas fundamentais utilizadas nesta análise.

FERRAMENTAS FUNDAMENTAIS

Sejam dois conjuntos de pontos de uma região S do espaço

$$X_1 = \{x_{1i}\}_{i=1}^m \text{ e } X_2 = \{x_{2i}\}_{i=1}^n$$

e sejam duas funções aleatórias

$$Z_k = S \rightarrow \mathbb{R}, k = 1, 2,$$

das quais se conhece apenas suas realizações particulares $Z_k(x_{ki})$ em cada ponto x_{ki} de X_k .

Assumindo estacionariedade intrínseca de cada uma destas variáveis, têm-se definidas para cada uma delas as funções Semivariograma $\gamma_k = H_k \rightarrow \mathbb{R}$, $k = 1, 2$, de cada uma delas, por

$$\gamma_k(h) = \frac{1}{2} E \{ Z_k(x_{ki} + \vec{h}) - Z_k(x_{ki}) \}^2, \quad (1),$$

onde H_k é o conjunto de todos os módulos h de vetores \vec{h} ligando pontos amostrais distintos do conjunto X_k , e E é o operador esperança.

Considere-se agora o conjunto $X = X_1 \cap X_2$ de todos os pontos da região S em que ambas as variáveis foram amostradas. Seja $H = H_1 \cap H_2$ o conjunto de todos os módulos de vetores separando pontos distintos do conjunto X . Define-se a função $\gamma_{12}: H \rightarrow \mathbb{R}$, chamada semivariograma cruzado entre Z_1 e Z_2 , através da equação

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2} E \left\{ \left[Z_1(x_i + \vec{h}) - Z_1(x_i) \right] \left[Z_2(x_i + \vec{h}) - Z_2(x_i) \right] \right\} \quad (2),$$

que pode ser estimada, em termos práticos, por

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \left\{ \left[Z_1(x_i + \vec{h}) - Z_1(x_i) \right] \left[Z_2(x_i + \vec{h}) - Z_2(x_i) \right] \right\} \quad (3)$$

onde $N(h)$ denota o número de pares de valores $(x_i, x_i + \vec{h})$ pertencentes a $X \times X$. Observe-se que se pôde omitir os índices $k = 1, 2$ dos pontos amostrais x_{ki} , denotando-os por somente x_i , pelo fato de ter-se restrito os domínios de cada variável Z_k ao domínio comum X .

Comparando-se a Equação 2 com a Equação 1, pode-se notar que o semivariograma é um caso particular do semivariograma cruzado para o caso em que ambas as variáveis são idênticas. Este último, no entanto, expressa, ao contrário do primeiro, a correlação espacial existente entre os dois fenômenos envolvidos na investigação, enquanto o primeiro, por si só, apenas expressa propriedades espaciais de cada fenômeno isoladamente.

Observe que por serem finitos os conjuntos de pontos X_1 e X_2 , também o são os subconjuntos de números reais H_1 e H_2 . Logo, as funções γ_k , $k=1, 2$, e γ_{12} produzem gráficos discretos no espaço \mathbb{R}^2 . Estes gráficos, em geral, podem ser ajustados por modelos clássicos de modo a se obter funções contínuas $\tilde{\gamma}_k: [0, h_k] \rightarrow \mathbb{R}$, para $k = 1, 2$, e $\tilde{\gamma}_{12}: [0, h_{12}] \rightarrow \mathbb{R}$, onde h_k é o valor máximo de H_k e h_{12} é o valor máximo de H . As condições para a detecção e as interpretações das propriedades espaciais expressas no Semivariograma e no Semivariograma Cruzado estão exclusivamente ligadas ao comportamento das funções $\tilde{\gamma}_k$ e $\tilde{\gamma}_{12}$, respectivamente, e podem ser resumidas da seguinte forma: *A dependência espacial do fenômeno Z_k é detectada pelo comportamento inicial monótono crescente da função $\tilde{\gamma}_k$. Já a correlação espacial entre Z_1 e Z_2 é detectada pelo comportamento inicial monótono não-constante de $\tilde{\gamma}_{12}$ e, sendo este positivo a correlação correspondente é direta, e o mesmo é negativo somente quando a correlação é inversa.*

Uma característica interessante da Equação 3 decorre do fato de que não importa se o número de amostras de uma das variáveis seja superior ao da outra, pois o semivariograma cruzado apenas será calculado utilizando informações existentes para posições geográficas coincidentes. Assim, o programa computacional que for desenvolvido para executar a Equação 3 deverá primeiramente verificar se os dois conjuntos de dados são definidos para posições idênticas, para então calcular as diferenças. Fenille & Cardim (2004) apresentaram um programa em linguagem *Matlab* que não apenas executa a Equação 3, e conseqüentemente a Equação 1, mas também o mapeamento das variáveis pelo processo de

cokrigagem, através do qual se estima os valores assumidos por uma variável em locais não amostrados utilizando-se as informações de ambas e da correlação espacial existente entre as mesmas. Todo o rigor matemático do processo de Cokrigagem pode ser encontrado em detalhes em Goovaerts (1997) e Fenille & Cardim (2004a).

A equação do semivariograma cruzado é a mais eficiente ferramenta para a análise da correlação espacial entre fenômenos espacialmente dependentes cuja variabilidade espacial tenha sido devidamente detectada e analisada pelo ajuste de uma função contínua inicialmente monótona crescente ao gráfico discreto gerado pela equação do semivariograma.

MATERIAIS E MÉTODOS

Para a análise da altitude e da ocorrência de precipitações no Estado de São Paulo, utilizou-se um conjunto de dados padronizados para uma série histórica de 30 anos fornecidos pelo Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) e o Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE). Eliminadas as posições de não concordância nos pontos de amostragem entre as duas variáveis, como requerido para a aplicação da função semivariograma cruzado, o conjunto de dados ficou composto de informações coletadas em 204 postos meteorológicos distintos espalhados de forma bastante abrangente pela totalidade da área do Estado de São Paulo, conforme mostra a Figura 1.

Todos os dados foram submetidos à compilação

num programa computacional que se chamou Varlle, elaborado em linguagem de programação *Matlab* por Fenille & Cardim (2004b) exclusivamente para análises geoestatísticas desta natureza. Tal programa é capaz de processar os dados de duas variáveis conjuntamente e exprimir os resultados gráficos obtidos pela aplicação das funções semivariograma e semivariograma cruzado. Além disso, pode-se por meio de Varlle realizar os ajustes contínuos necessários aos gráficos discretos obtidos. Deste modo, Varlle tornou-se uma ferramenta fundamental para a realização deste trabalho, uma vez já comprovada sua eficiência e baixo custo computacional em projetos de pesquisa anteriores a este (referências 3 e 4).

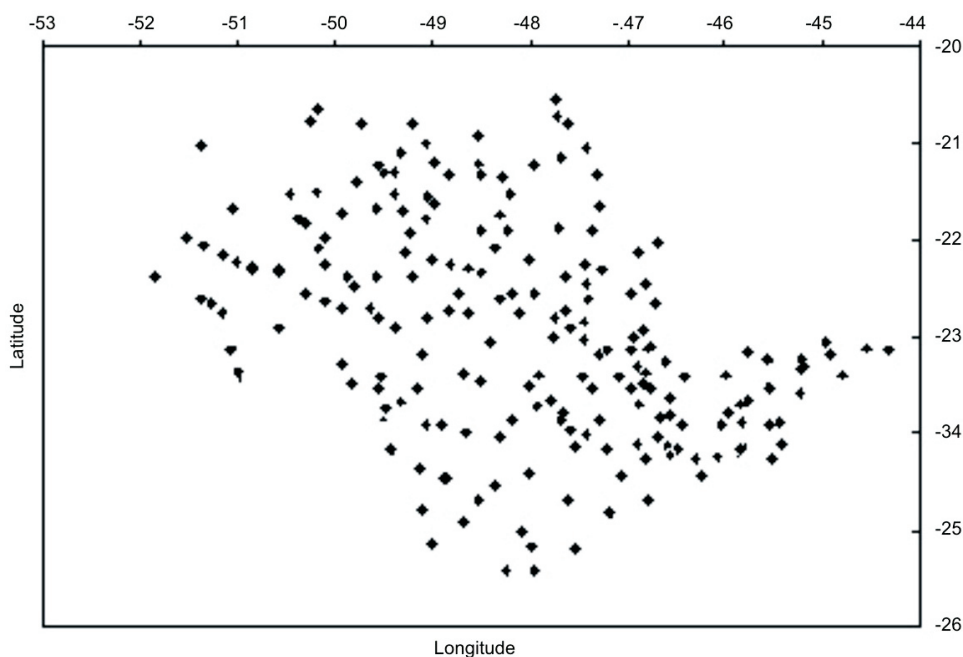


FIGURA 1. Postos meteorológicos do Estado de São Paulo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Deixe-se claro, antes de mais nada, que as posições dos pontos amostrais são dadas em coordenadas geográficas e as distâncias entre dois tais pontos são sempre expressas na unidade de medida envolvendo tais coordenadas, ou seja, graus de coordenadas geográficas; as distâncias não foram padronizadas para metros. Isto será subentendido todas as vezes que se mencionar distâncias entre pontos amostrais, inclusive nos gráficos dos semivariogramas e semivariograma cruzado. Por esta razão, poupar-se-á a insistente alusão a isto daqui por diante.

Nos resultados obtidos da análise espacial da altitude através de Varile observou-se uma grande variação das semivariâncias que se compreenderam entre um efeito pepita $C_0 = 100$ e o patamar $C_0 + C = 3,5 \times 10^4$. O semivariograma para esta variável (Figura 2) foi ajustado pelo modelo exponencial, tomando a forma $\tilde{\gamma}_1(h) = 35000 [1 - \exp(-h)]$.

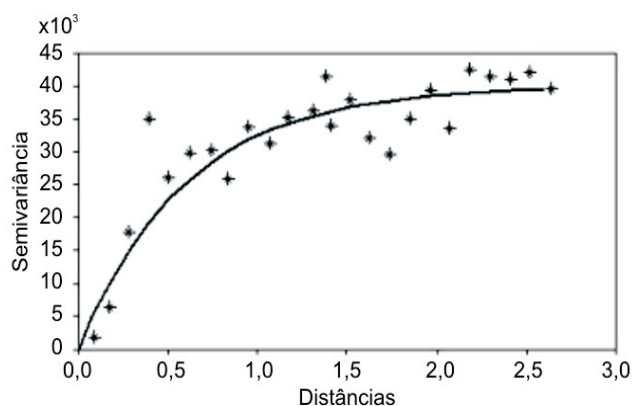


FIGURA 2. Semivariograma da altitude do Estado de São Paulo.

Observe que este gráfico indica a existência de dependência espacial da variável até uma distância de aproximadamente 2,5 graus, e um efeito pepita muito próximo de zero. Com a relação $C_0/(C_0 + C) = (1,0 \times 10^2)/(3,5 \times 10^3) \cong 2,86 \times 10^{-2} \ll 0,25$, verifica-se que a dependência espacial característica da variação da altitude no Estado de São Paulo é muito forte para distâncias menores que o alcance, cujo valor ficou determinado pelo modelo ajustado em $a = 2,5$ graus.

O processamento dos dados de precipitações pluviométricas realizado em Varile gerou o gráfico do semivariograma para esta variável mostrado na Figura 3.

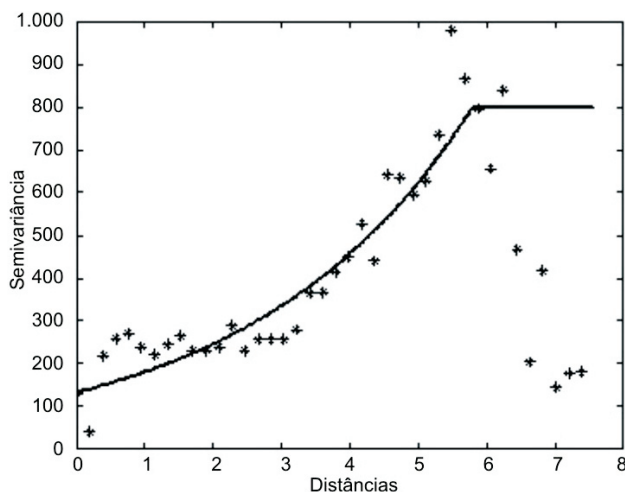


FIGURA 3. Semivariograma das precipitações pluviométricas no Estado de São Paulo.

Este Semivariograma foi ajustado por um modelo Fenille, introduzido por Fenille & Cardim (2004b), tomando a forma

$$\tilde{\gamma}_2(h) = 130 \exp \left[\frac{\ln(6,15)}{5,8} h \right],$$

com o qual se determinou um efeito pepita $C_0 = 130$, patamar 800 e alcance da dependência espacial $a = 5,8$ graus. A relação $C_0/(C_0 + C) = 0,1625 < 0,25$ indica forte dependência espacial para este fenômeno, e esta dependência é bastante abrangente, atingindo um raio de até 5,8 graus.

No processo de análise da correlação espacial entre a altitude e a ocorrência de precipitações, a função semivariograma cruzado determinou um conjunto discreto de pontos todos positivos até a distância de 5,6 graus e, a partir daí um decaimento acentuado até valores próximos a -10×10^3 . É claro que a preocupação dá-se somente com os valores assumidos pela semivariância cruzada até a distância de 5,6 graus, já que a partir daí o semivariograma cruzado (Figura 4) apresenta comportamento divergente ao monótono assumido inicialmente. Através de Varile o referido semivariograma cruzado foi ajustado por um modelo Fenille, a saber:

ficando determinado deste modo um efeito de descontinuidade $C_0 = 40$, correlação total $C_0 + C = 1.150$ e alcance da correlação espacial $a = 5,6$ graus.

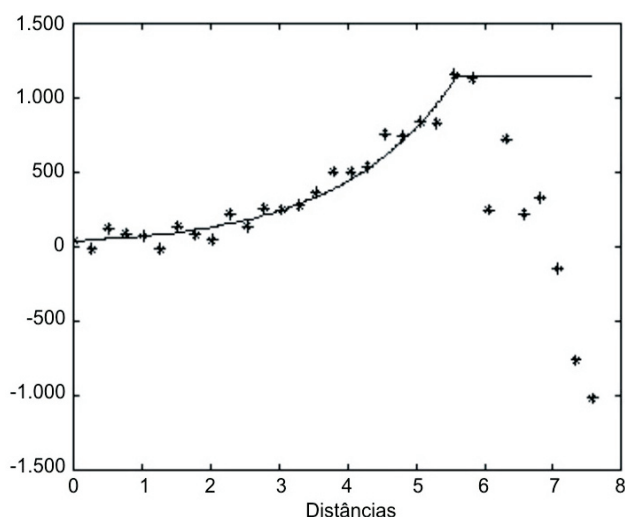


FIGURA 4. Semivariograma cruzado entre altitude e precipitações do Estado de São Paulo.

Da análise destes resultados se concluiu fácil e precisamente que os dois fenômenos analisados, a altitude e as precipitações pluviométricas, possuem correlação direta, uma vez que apresentam semivariâncias cruzadas positivas com crescimento diretamente vinculado a variação do módulo do vetor distância \vec{h} . Em linguagem um pouco mais prática isso significa que, de modo geral, a ocorrência de precipitações é menor nas regiões mais baixas do estado e

vice-versa. Isso poderia contrariar o resultado mostrado por Fenille & Cardim (2003), onde se concluiu que o litoral é a região mais chuvosa do estado, caso não tivesse, também aquele trabalho, concluído que o litoral apresenta variação climática totalmente distinta do restante do estado e que, portanto, precisa ser entendido de maneira especial e enquadrado num zoneamento climático específico. Pode-se imaginar que o resultado que ora se obteve esteja impregnado desta distinta tendência climática litorânea, mas isso foge da realidade quando se nota que dentre os 204 pontos amostrados apenas 7 estão localizados no litoral paulista.

Ainda considerando a variação do semivariograma cruzado acima, pode-se investigar de forma ilustrativa os resultados fundamentados na análise anterior. Considere um ponto X_0 tomado aproximadamente no centro do estado (Figura 5). Sendo este um ponto da forma (x_0, y_0) e centro de uma circunferência de raio 5,6 graus, estão a ele diretamente correlacionados, segundo as duas variáveis investigadas, todos os pontos interiores a esta circunferência. Os pontos externos a circunferência não influenciam consideravelmente nas estimativas dos valores assumidos no ponto X_0 por qualquer das duas variáveis quando este processo dá-se pela interpolação por cokrigagem com a utilização das informações da correlação espacial expressas no semivariograma cruzado.

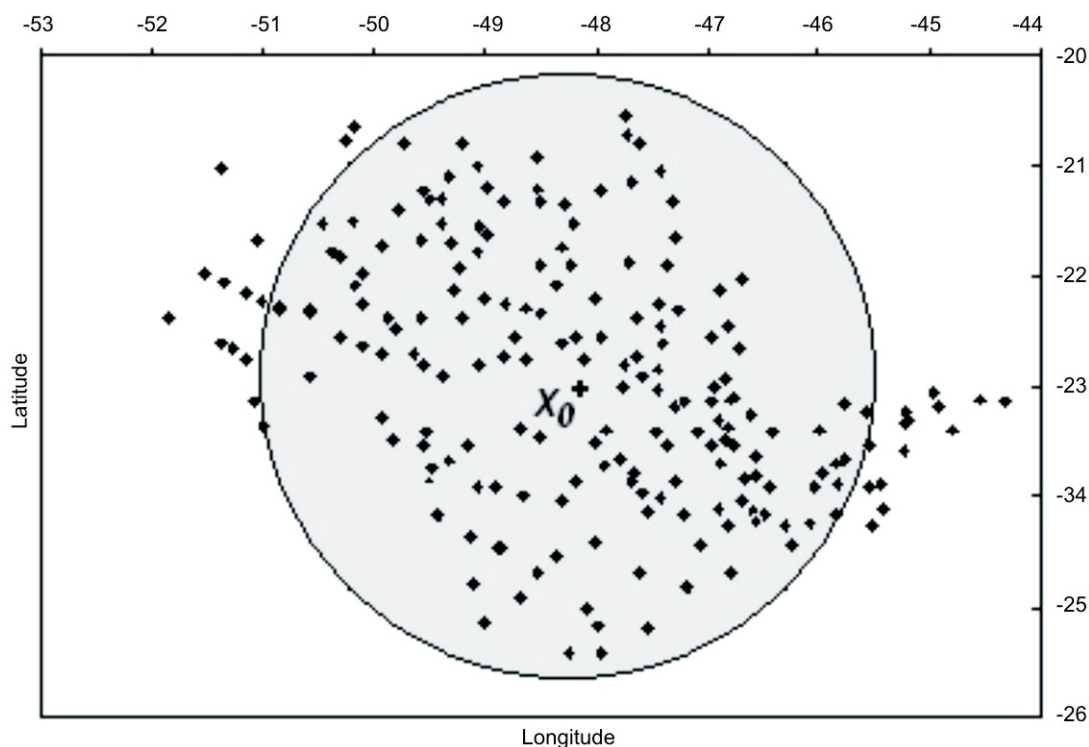


FIGURA 5. Área de correlação entre a altitude e as precipitações no Estado de São Paulo.

Estes resultados são de fácil percepção e interpretação nos mapas de isolinhas de ambas as variáveis gerados pelo processo de interpolação por krigagem. Este processo de interpolação é claramente descrito na literatura e considerado um interpolador ótimo nos processos de análises e inferências geoestatísticas, uma vez que pondera a interpolação dos dados de acordo com a dependência espacial da variável.

O mapeamento da altitude pelo processo de interpolação por krigagem (Figura 6), mostra que as variações de altitude ocorrem de forma menos acentuada nas regiões não litorâneas do estado, ou mais precisamente nas regiões afastadas do litoral em mais de aproximadamente 50 km.

Este fato é equivalentemente observado no mapeamento da ocorrência das precipitações pluviais (Figura 7).

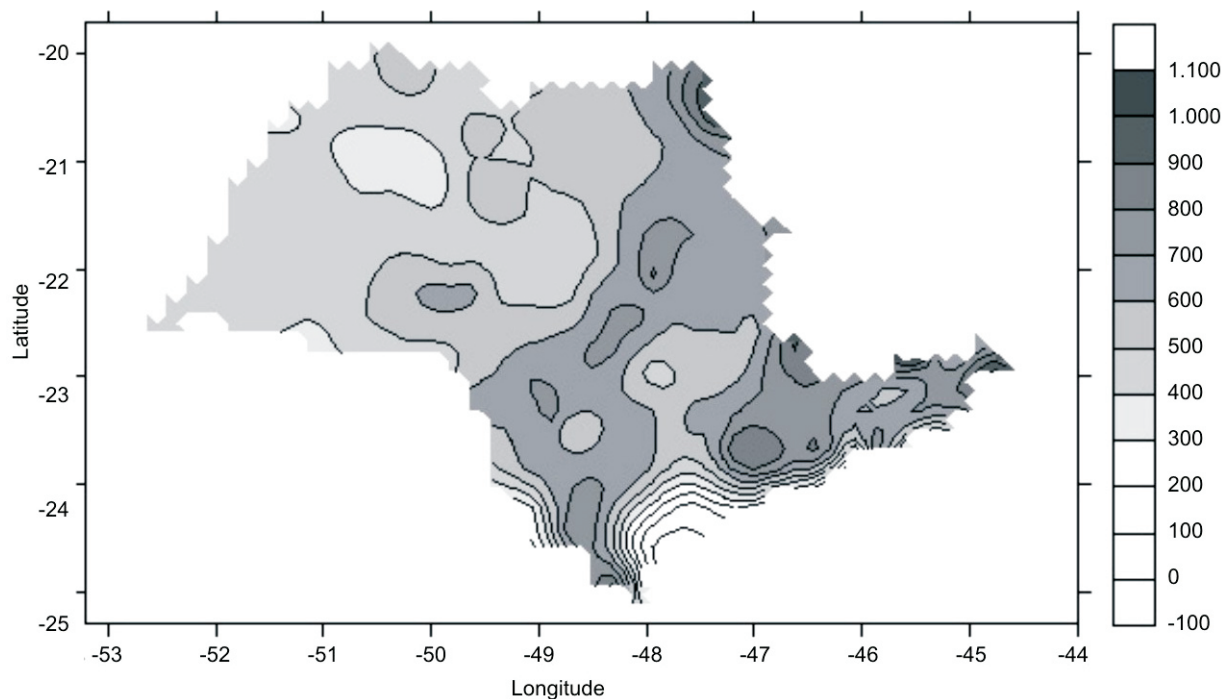


FIGURA 6. Isolinhas da altitude (em metros) no Estado de São Paulo.

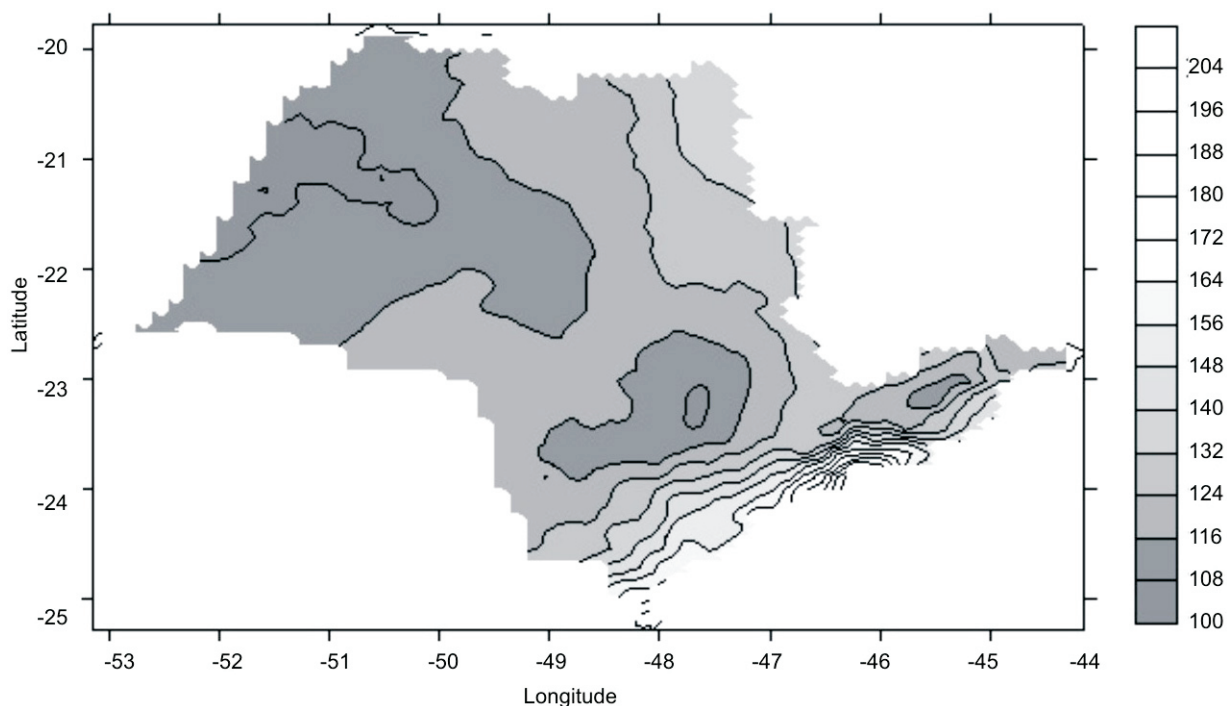


FIGURA 7. Isolinhas das precipitações pluviométricas (em milímetros) no Estado de São Paulo.

Por estes e outros resultados semelhantes é que Fenille & Cardim (2003) afirmaram que o litoral paulista possui características climáticas distintas do restante do Estado de São Paulo e que por isso precisa ser enquadrado num zoneamento climático específico. Com base neste resultado, direcionou-se a atenção para as demais regiões do estado, onde se pôde notar grandes semelhanças entre as zonas de variação da altitude e das precipitações e, confirmando os resultados expressos no semivariograma cruzado, estas semelhanças se devem não só à forma como as faixas climáticas se

apresentam distribuídas pelo estado, mas também pelo fato de estarem diretamente relacionadas segundo a variação de cada um dos fenômenos.

Freqüentemente, quando se analisa conjuntamente duas variáveis, uma delas pode ter sido, por alguma razão, sub-amostrada, e nessas ocasiões o processo de interpolação por cokrigagem poderá ser ainda mais preciso que o processo de krigagem quando no mapeamento desta variável, desde que se proceda de forma consistente e racional a análise da correlação espacial entre esta e a outra variável através do semivariograma cruzado.

CONCLUSÃO

As análises espaciais da altitude e das precipitações pluviométricas do Estado de São Paulo permitiram uma identificação minuciosa da variabilidade espacial de cada um destes fenômenos altamente envolvidos na determinação climática. Além disso, comprovou-se que estes dois fenômenos são diretamente correlacionados e esta correlação possui um

alcance que corresponde à aproximadamente 60% do comprimento longitudinal do Estado de São Paulo. Com estes resultados, a variação das precipitações pluviométricas pode ser mais bem compreendida e sua influência climática determinada com maior precisão em cada região do estado.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) e o Departamento de Águas e Energia Elétrica do Estado de São Paulo (DAEE) que disponibilizaram os dados para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CARDIM, M. **Mapeamento do comportamento multivariado das principais variáveis climáticas de interesse agrícola do Estado de São Paulo**. Botucatu, 2001. 124 p. Tese (Doutorado em Energia na Agricultura) – Faculdade de Ciências Agrônomicas, UNESP/Campus de Botucatu.
2. FENILLE, M.C. & CARDIM, M. (Coords.). **Análise espacial de variáveis climáticas do Estado de São Paulo**. São Paulo: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. Relatório, 113 p., 2003.
3. FENILLE, M.C. & CARDIM, M. (Coords.). **Geostatística multivariada aplicada em variáveis climáticas**. São Paulo: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. Relatório, 172 p., 2004 (a).
4. FENILLE, M.C. & CARDIM, M. (Coords.). **Varile v. 1.0 – Software para análises geostatísticas**. UNESP/Campus de Presidente Prudente, Relatório, 2004 (b).
5. FINKELSTEIN, P.L. The spatial analysis of acid precipitation data. **Journal of Climate and Applied Meteorology**, v. 23, n. 1, p. 52-62, 1984.
6. GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. Oxford University Press, Applied Geostatistics Series, 483 p. 1997. ISBN: 0-19-511538-4.
7. GOOVAERTS, P. Using elevation to aid the geostatistical mapping of rainfall erosivity. **Catena**, v. 34, p. 227-242, 1999.
8. GOOVAERTS, P. Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. **Journal of Hydrology**, v. 228, p. 113-129, 2000.
9. HOLAWA, F. & DUTTER, R. Geostatistical study of precipitation series in Austria: time and space. **Journal of Hydrology**, v. 219, p. 70-82, 1999.
10. NALDER, I.A. & WEIN, R.W. Spatial interpolation of climatic normals: test of a new method in the Canadian boreal forest. **Agricultural and Forest Meteorology**, v. 92, p. 211-225, 1998.
11. PHILIPS, D.L.; DOLPH, J.; MARKS, D. A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitation in mountainous terrain. **Agricultural and Forest Meteorology**, v. 58, p. 119-141, 1992.
12. REICHARDT, K. Processos de transferência no sistema solo-planta-atmosfera. Campinas: **Fundação Cargill**, 4.ed., 445 p., 1984.
13. SETO, S.; OOHARA, M.; IKEDA, Y. Analysis of precipitation chemistry at a rural site in Hiroshima Prefecture, Japan. **Atmospheric Environment**, v. 34, p. 621-628, 2000.
14. VIEIRA, D.B.; LOMBARDI NETO, F.; SANTOS, R.P. Análise das intensidades máximas de chuva em Pindorama (SP). **Revista Brasileira de Ciências do Solo**, v. 18, p. 255-260, 1994.
15. VIEIRA, S.R.; HATFIELD, J.L.; NIELSEN, D.R.; BIGGAR, J.W. Geostatistical theory and applications to variability of some agronomical properties. Berkeley, **Hilgardia**, v. 51, n. 3, p. 1-75, 1983.

Manuscrito Recebido em: 24 de maio de 2007
Revisado e Aceito em: 29 de setembro de 2007